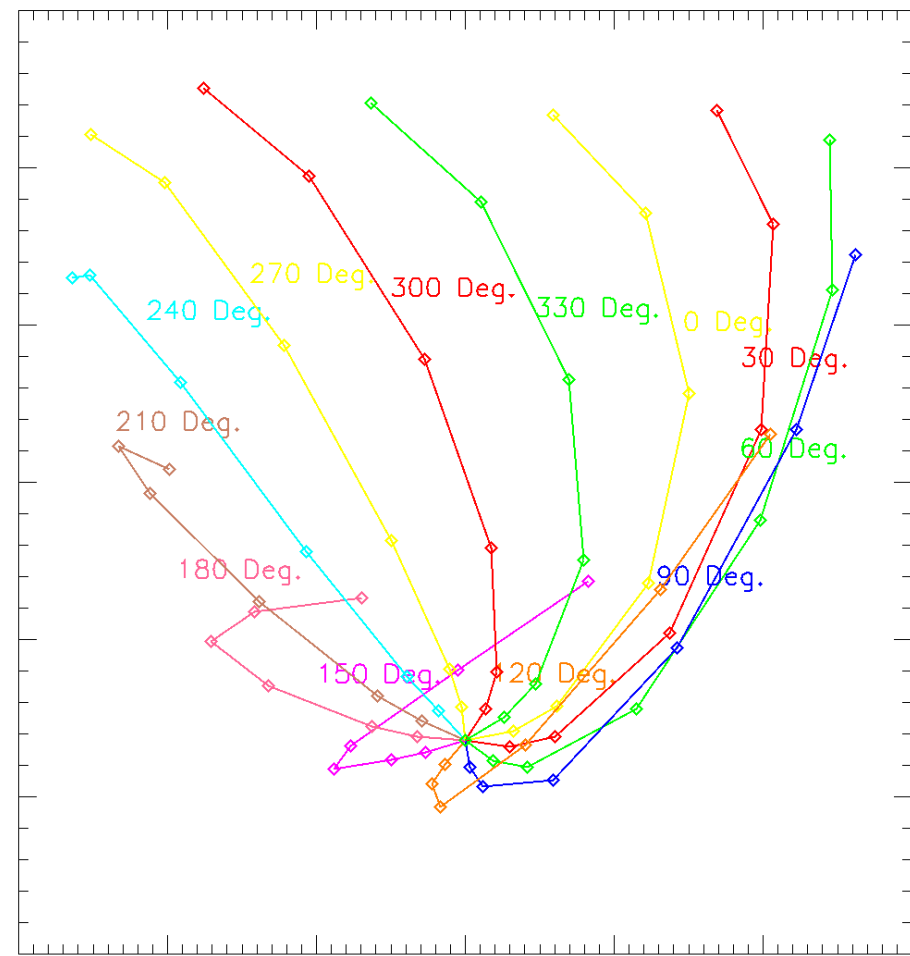
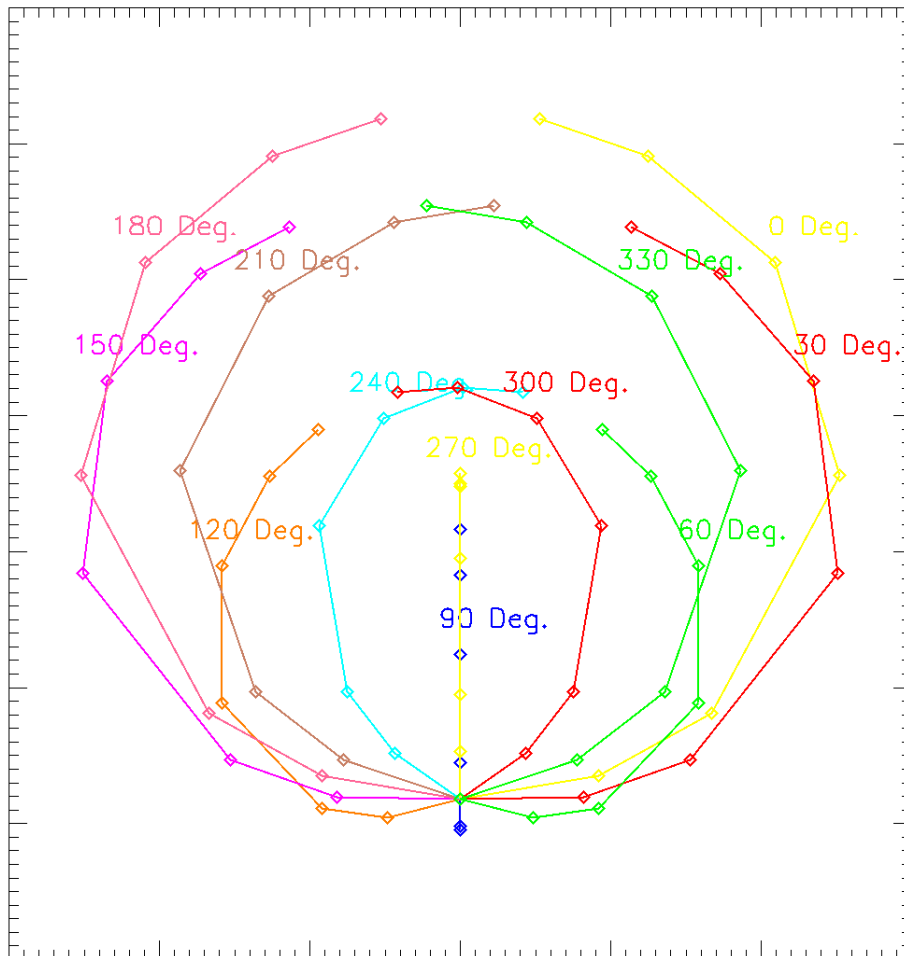


# Hanle効果による彩層中の波動検出の可能性

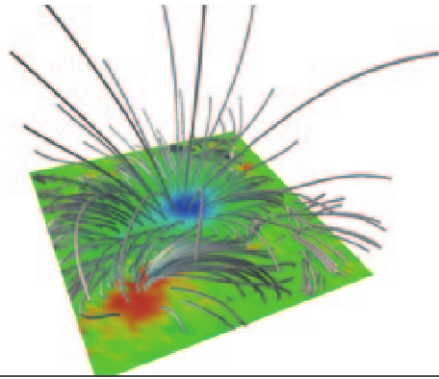


飯田 佑輔<sup>1</sup>, 常田 佐久<sup>1</sup>, 後藤 基史<sup>2</sup>, 川畑 佑典<sup>1</sup>

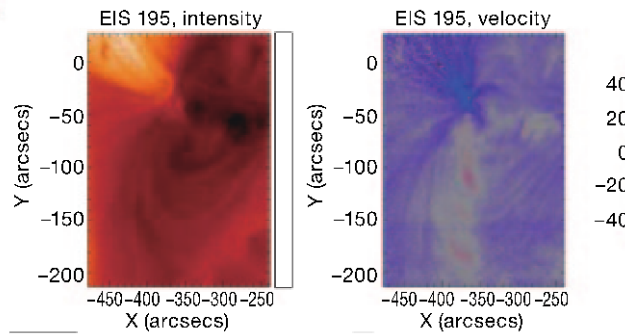
1 JAXA/ISAS, 2 NIFS



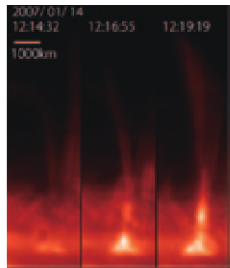
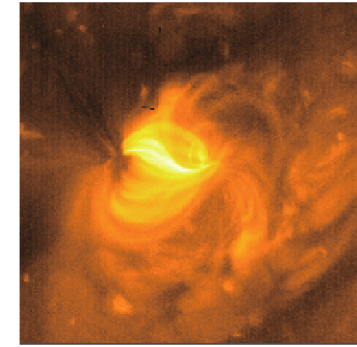
# Solar-Cにおける波動観測の位置づけ



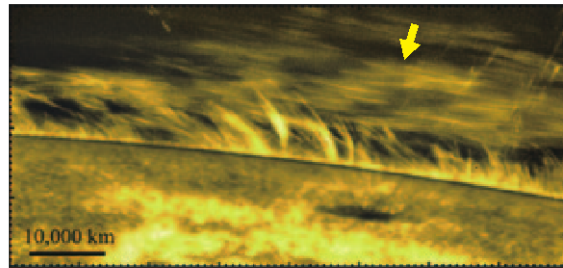
(E) Modeling of magnetic fields above a flare-productive active region



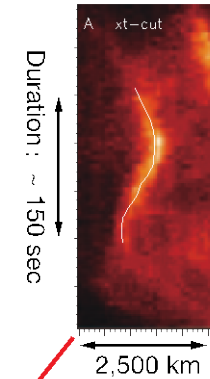
(F) Upflows in the inner corona as a source of slow solar wind



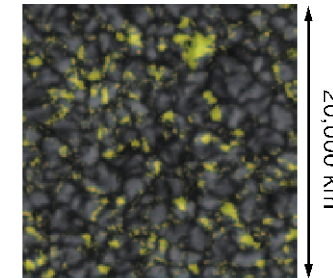
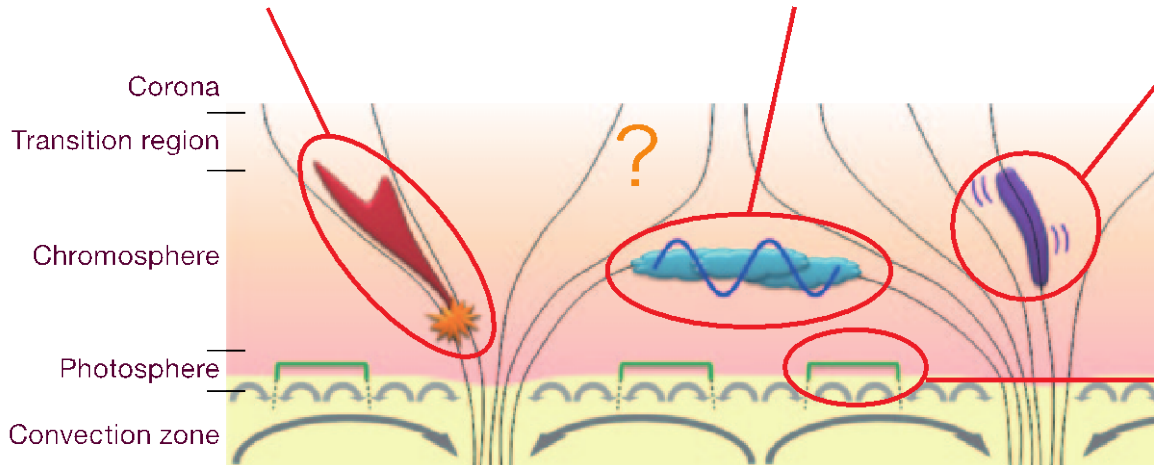
(D) Chromospheric jet



(C) Waves propagating in a prominence (yellow arrow)



(B) Swaying spicule



(A) Transient horizontal magnetic fields in the photosphere (shown in yellow)

# 彩層磁場観測 ~Hanle効果~

彩層ではZeeman効果ではなく、Hanle効果が重要になる。

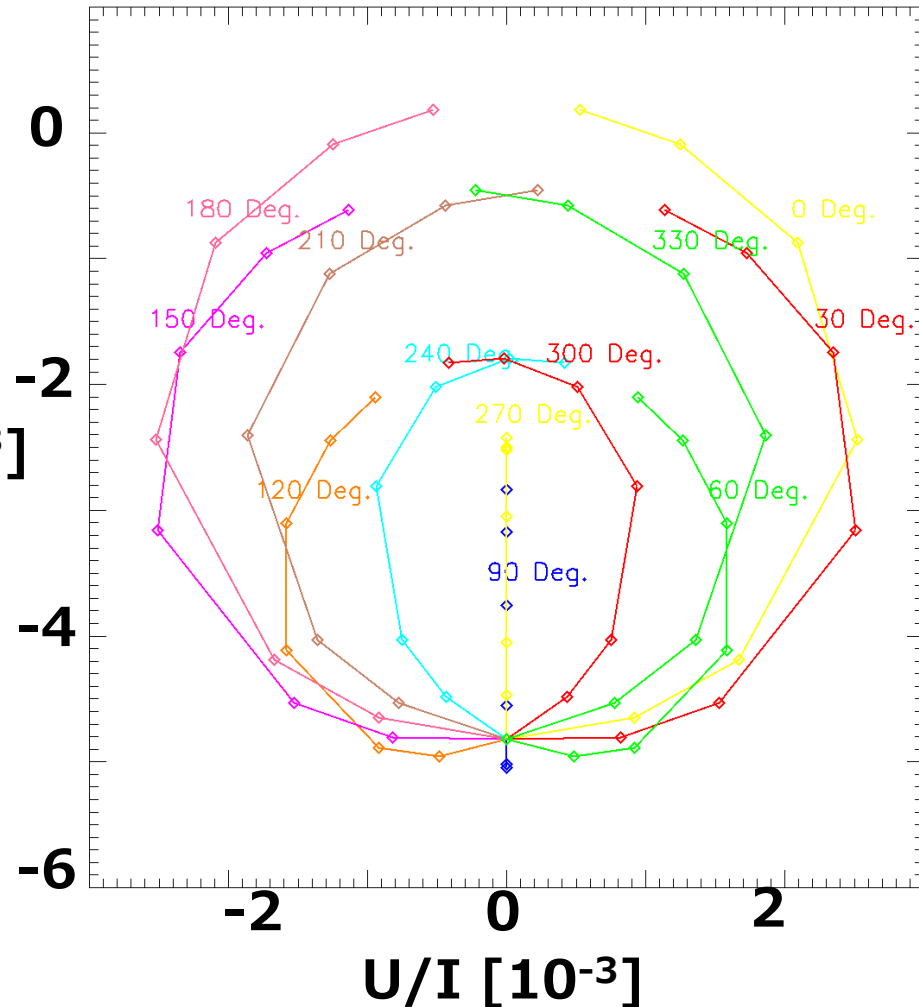
- ・ 磁場があることで $Q/I$ ,  $U/I$ が生じる。

- ・ 光吸収-放射間で磁場による密度行列の時間により生じる。

- ・ 光の放射までの時間と磁軸回転時間の関係から、**強磁場 Saturation**が存在する。

しかし、結果は非常に複雑であり、観測で利用するためには**理論整備の必要**がある。

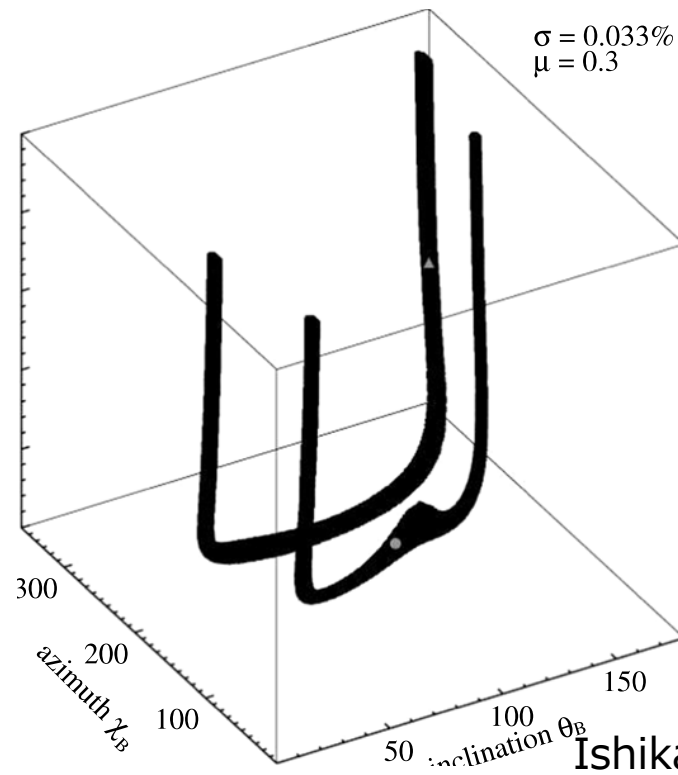
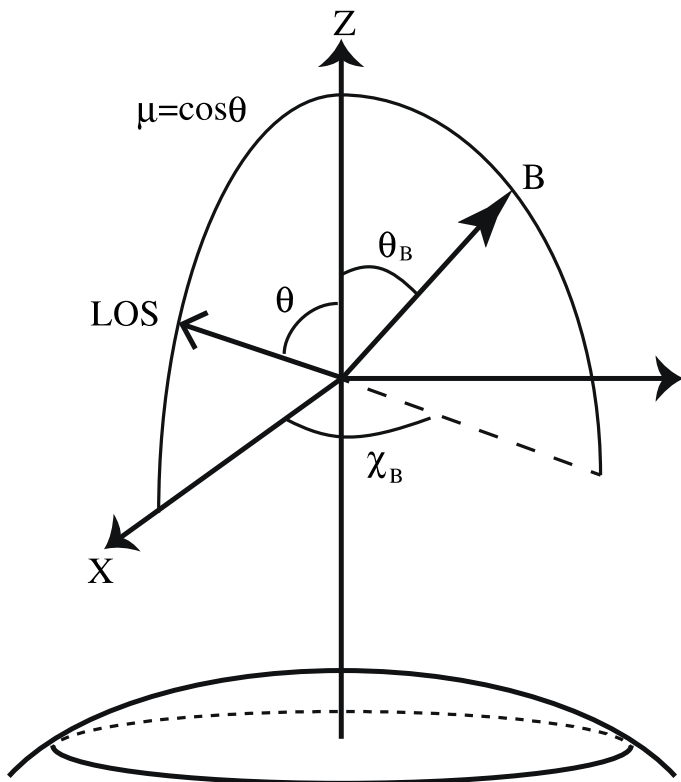
典型的なハンレダイヤグラム



# Hanle効果に関する先行研究

Goto+ (in prep) : Hanle効果についての理論を整備し、Ly-aのHanle効果に関して比較的簡単な見積もりを可能とする手法を開発した。

Ishikawa+ (2014) : Hanle効果の不定性を調べた。その結果は複雑であり、追加情報が必要。  
(ループからAzimuthを同定 etc.)



Ishikawa+ (2014)

# 本研究の目的

「彩層の磁気波動を磁場観測(Hanle効果)から検出できるのか」を検討する。

## 研究手法

Shear Alfvén波に関してどれくらいの偏光度の振動が期待できるかを、Goto+ (in prep)によるHanle効果計算手法で考察する。今回は、量子力学的に平易な構造であるLy- $\alpha$ で考察する。10<sup>-3</sup>の偏光度で検出できるか？

## 期待できる点

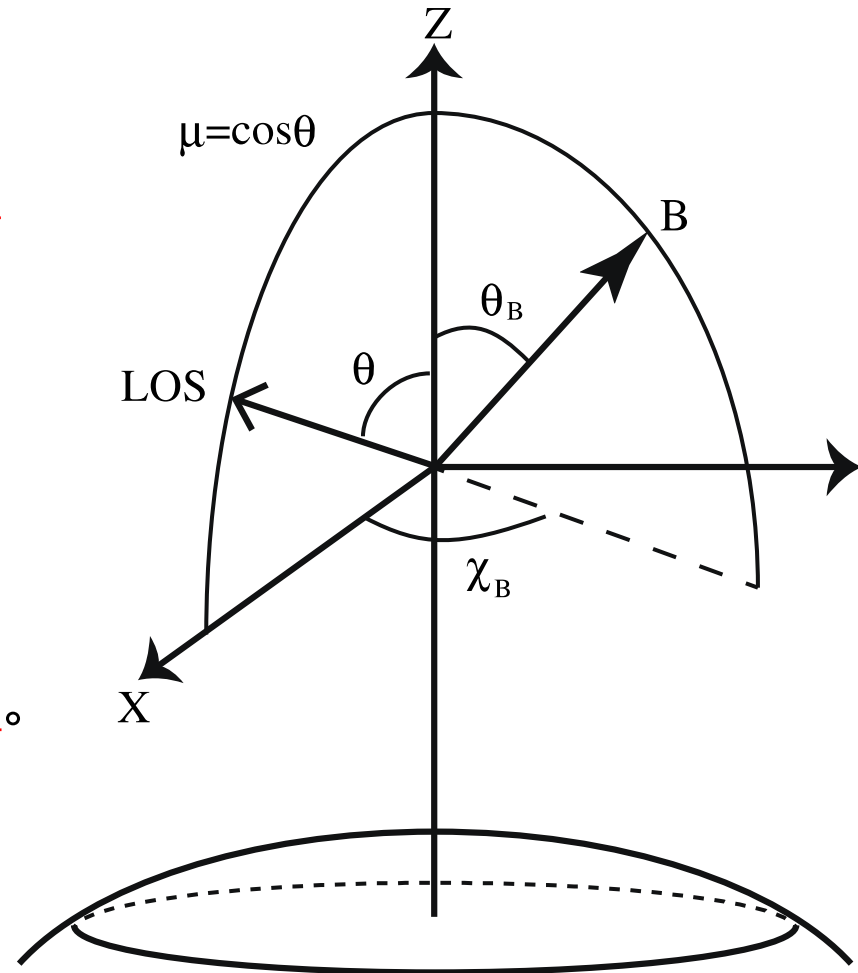
波動現象は特定の振動を行うため、時間方向の情報を使って不定性を解消できる可能性がある。

# Goto+ (in prep)における Hanle効果計算手法

パラメータ：入射光非等方性  $J_0^2/J_0^0$ 、磁場  $B$ ,  $\theta_B$ ,  $\chi_B$

観測方向  $\theta$

- (1) 入射光を全て吸収・励起したと考えたときの密度行列を計算 ( $J_0^2/J_0^0$ )
- (1) 密度行列を磁場方向の基底に変換 ( $B, \theta_B, \chi_B$ )
- (1) 求められた密度行列から、各方向( $\rightarrow$ ,  $\uparrow$ ,  $\nearrow$ ,  $\searrow$ )の放射強度を求める。ここでの放射強度は、時間平均から求める。  
( $\theta_B, \chi_B, \theta$ )
- (2) 各方向の振動強度からストークスベクトルを求める。



# Alfven波のHanle効果計算

パラメータ：入射光非等方性  $J_0^2 / J_0^0$ 、0次磁場  $B$ ,  $\theta_B$ ,  $\chi_B$

観測方向  $\theta$ 、磁場振動成分  $\delta B$ ,  $\phi_B$

- 磁場の強さ

磁場合計 50Gauss

振動成分振幅 10Gauss

- 磁場方向

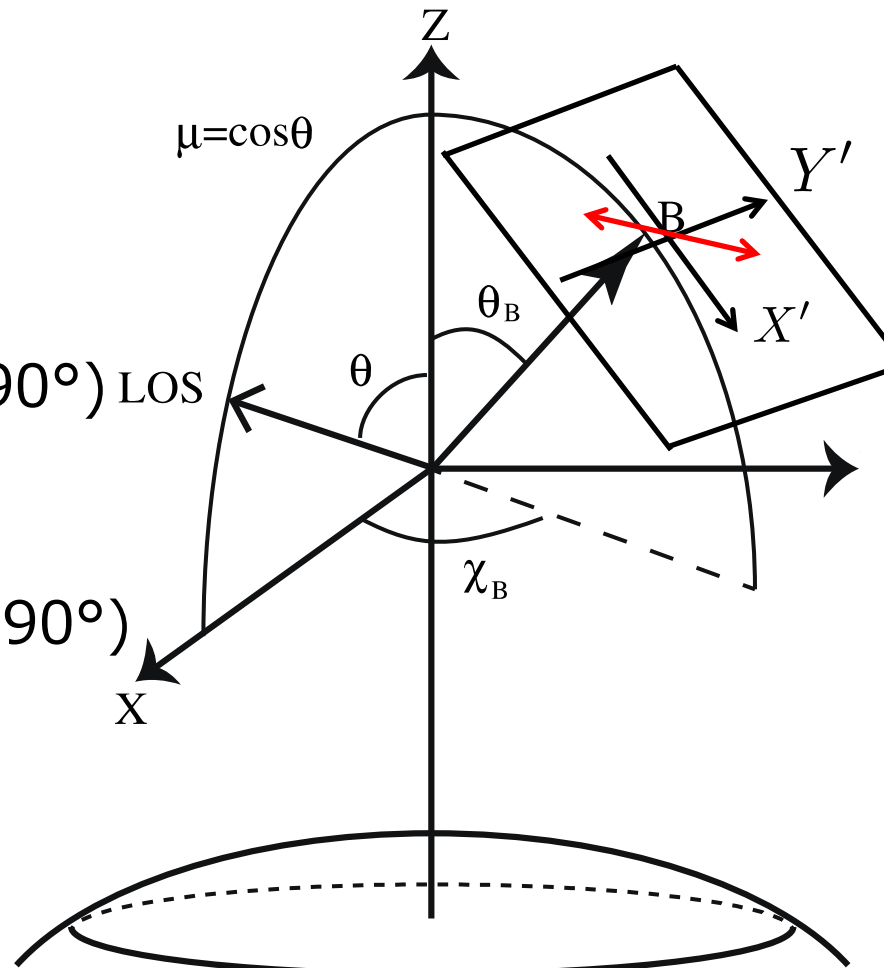
水平磁場 2Case( $\chi=0^\circ, 90^\circ, \theta_B=90^\circ$ ) LOS

垂直磁場 1Case( $\chi=0^\circ, \theta_B=0^\circ$ )

- 視線方向

ディスクセンター( $\theta=0^\circ$ ), リム( $\theta=90^\circ$ )

太陽面上( $\theta=30^\circ$ )



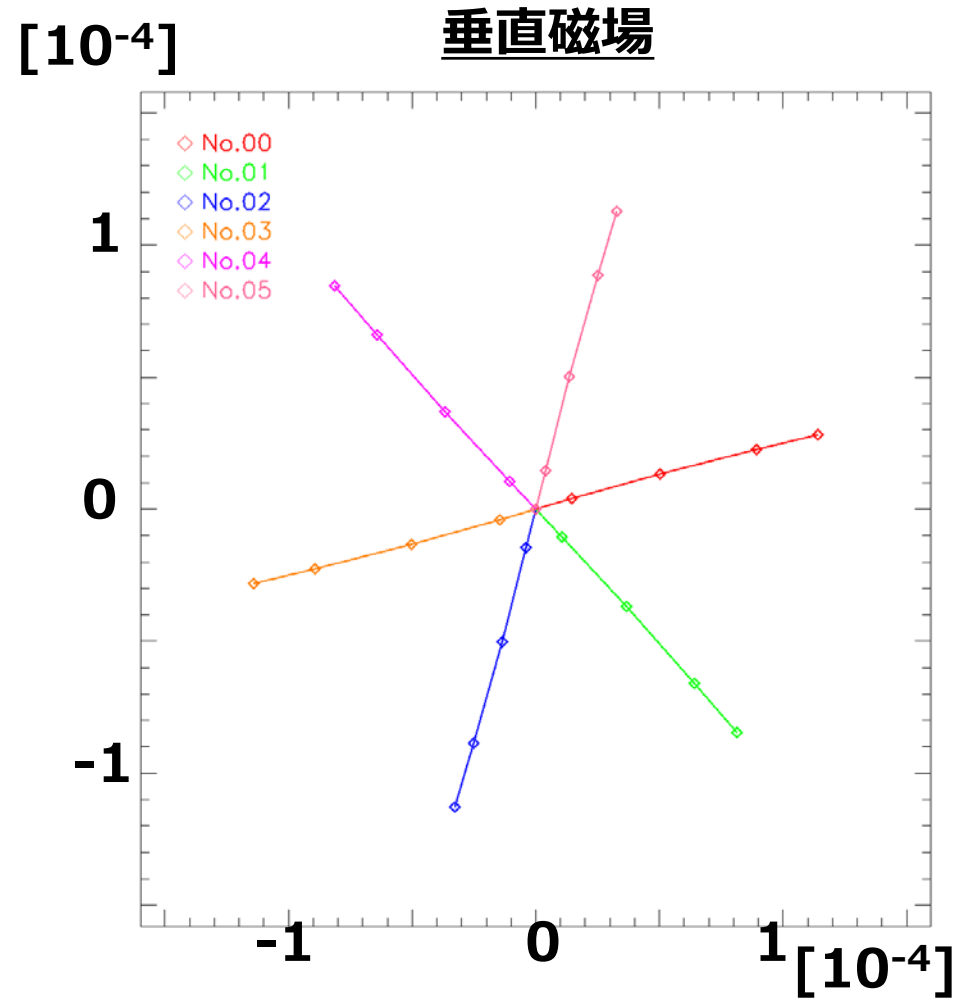
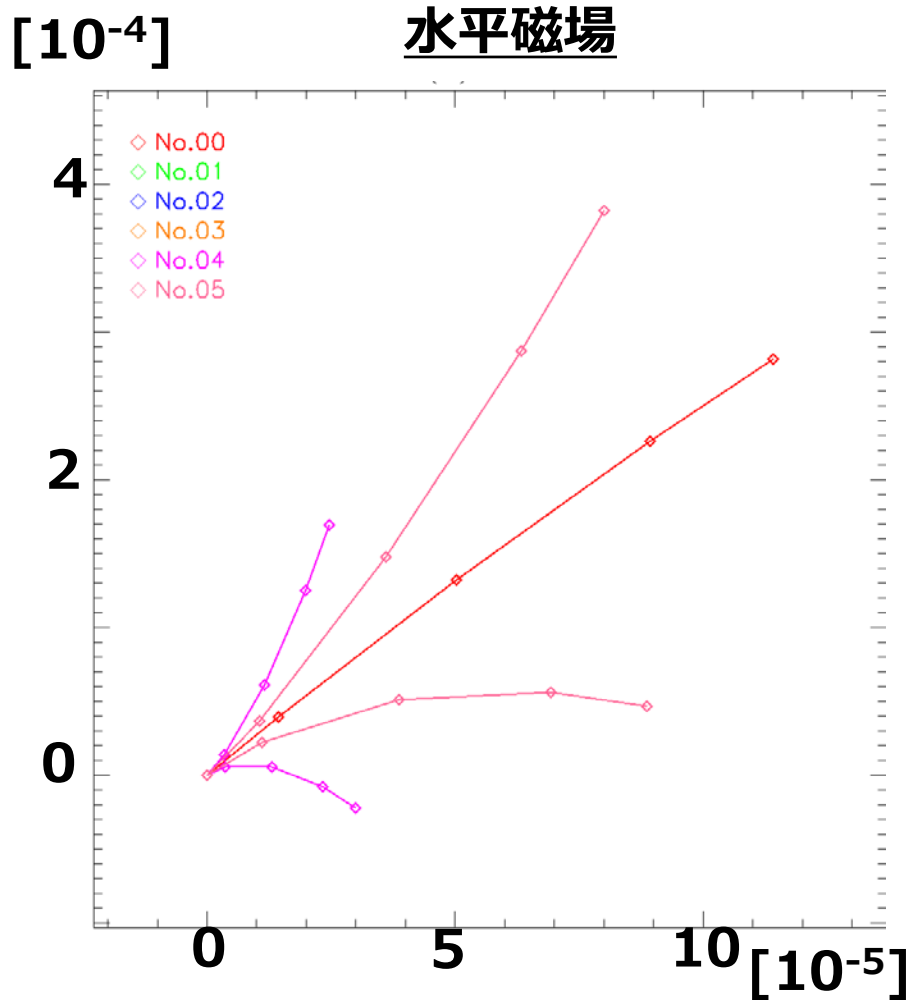
今回は、水平磁場は対称になるため、計 2x3=6Caseについて報告する。

# ディスクセンター( $\theta=0^\circ$ )

偏光度 : 最大 $4 \times 10^{-4}$ 程度  $\rightarrow$  厳しい。

方向分離 : 良い。

# 色の違い :  
 $\Phi_B$ の違い( $0^\circ$ - $180^\circ$ )





# リム( $\theta=90^\circ$ )

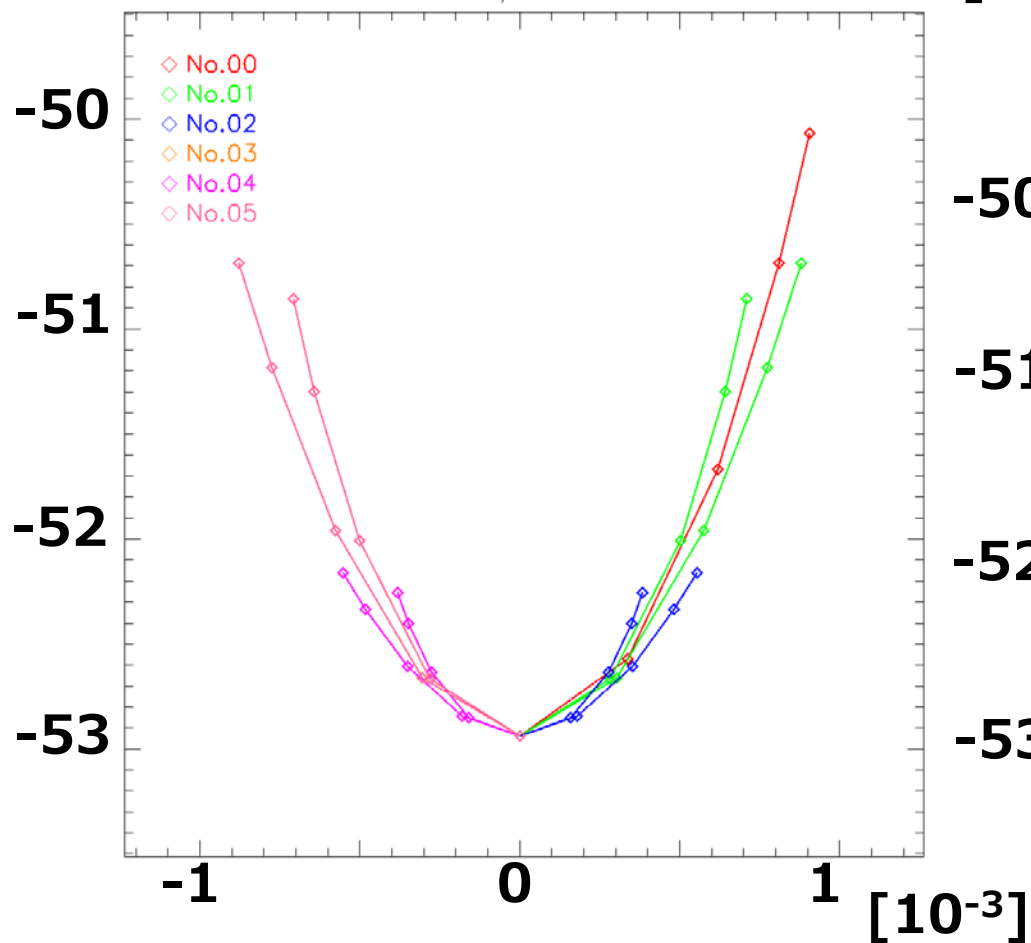
偏光度 : 最大 $2 \times 10^{-3}$ 程度  $\rightarrow$  可能。

方向分離 : 悪い。

# 色の違い :  
 $\Phi_B$ の違い( $0^\circ$ - $180^\circ$ )

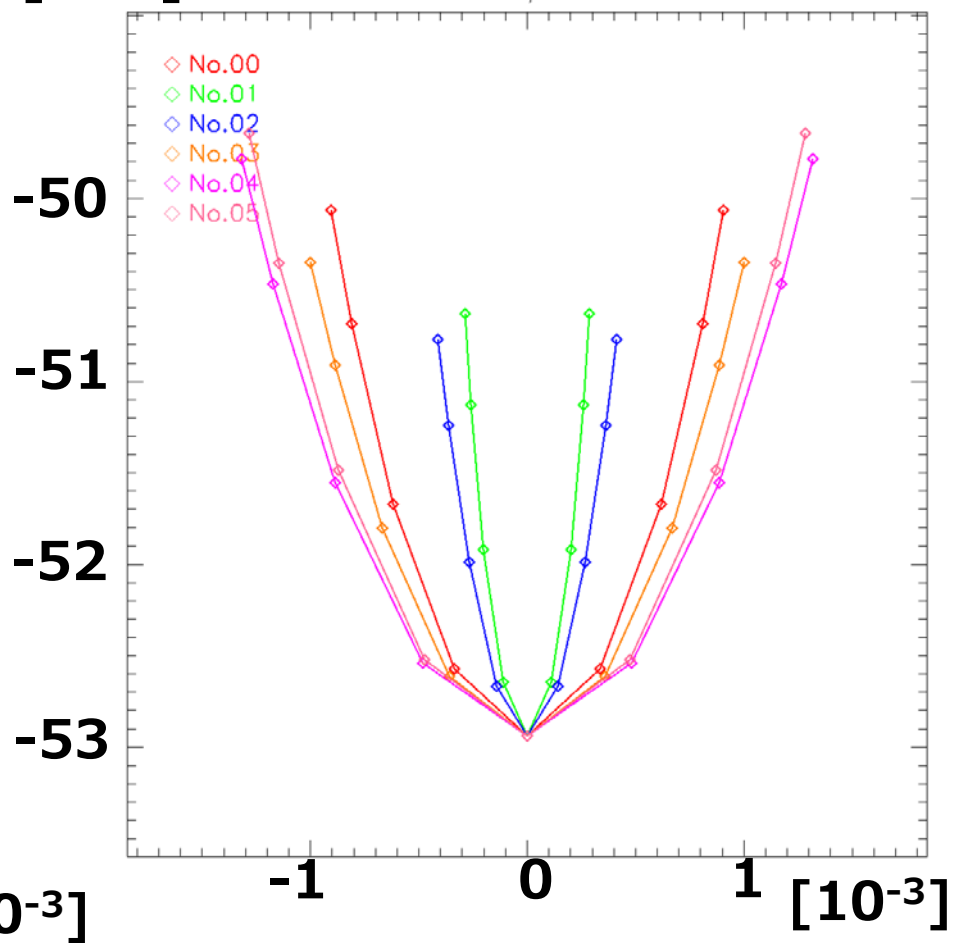
[ $10^{-4}$ ]

水平磁場



[ $10^{-4}$ ]

垂直磁場



# 太陽面上( $\theta=30^\circ$ )

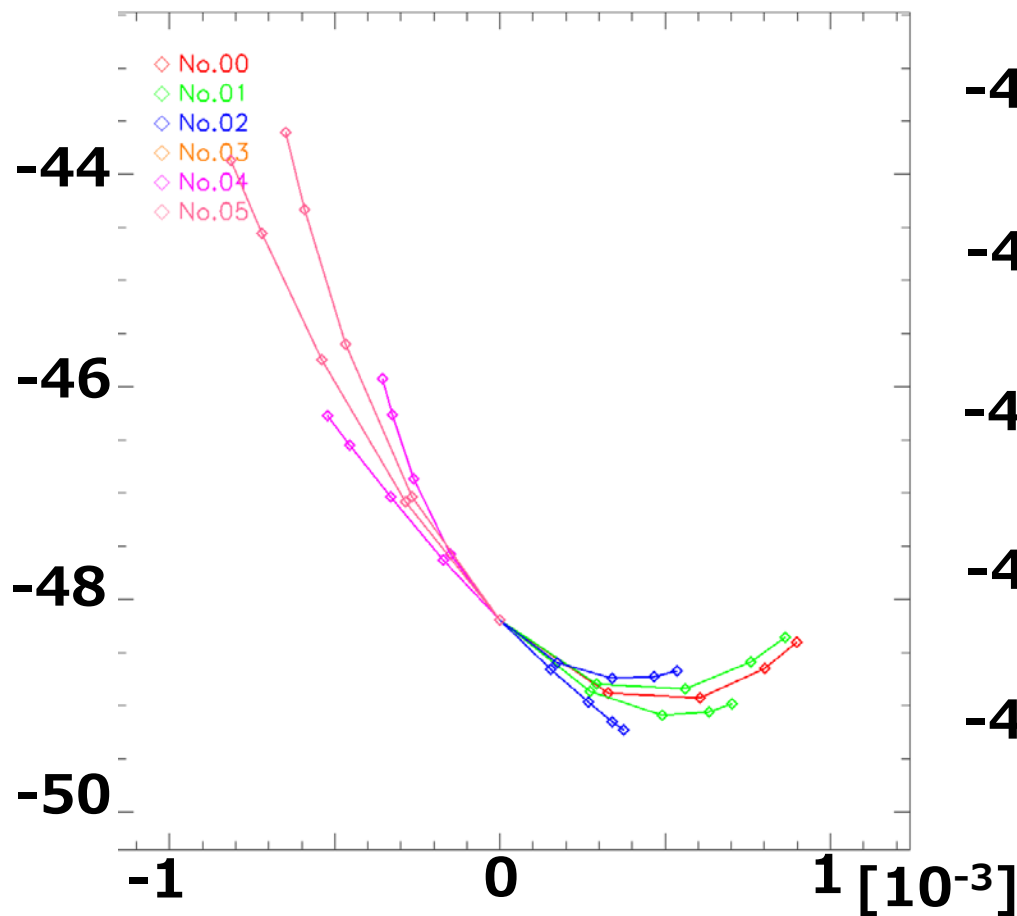
偏光度 : 最大 $2 \times 10^{-3}$ 程度  $\rightarrow$  可能。

方向分離 : 比較的良いが、厳しいか？

# 色の違い :  
 $\Phi_B$ の違い( $0^\circ$ - $180^\circ$ )

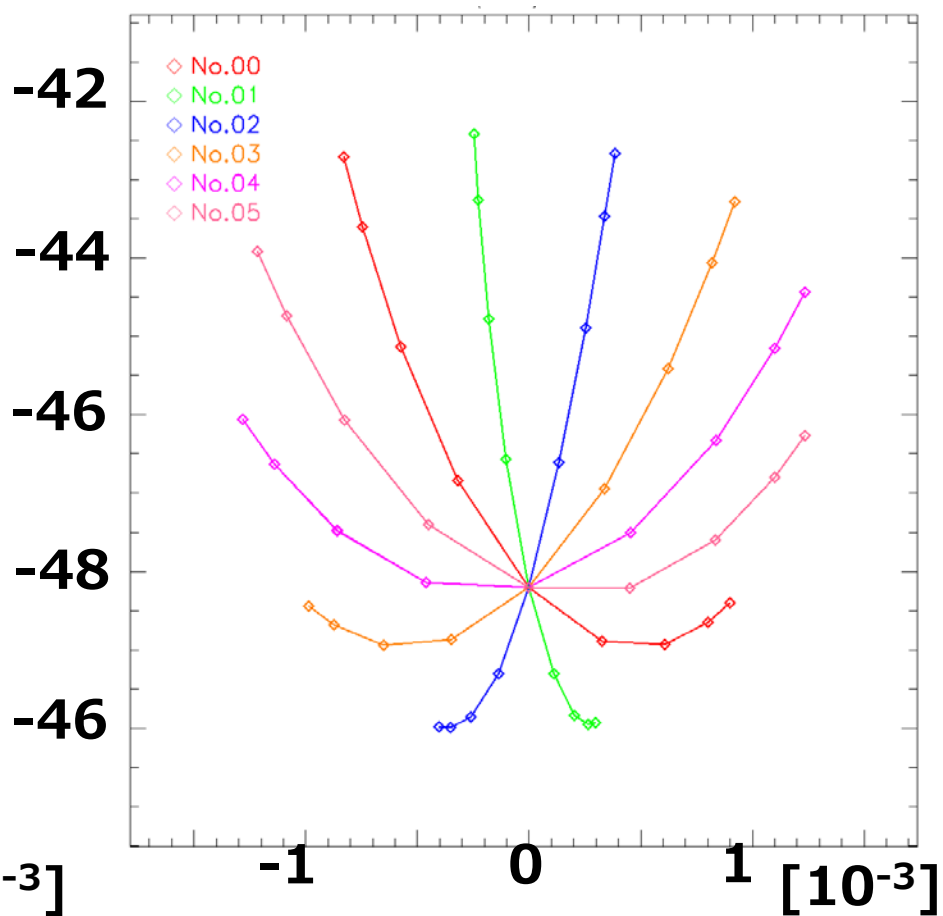
[ $10^{-4}$ ]

水平磁場



[ $10^{-4}$ ]

垂直磁場



# 議論

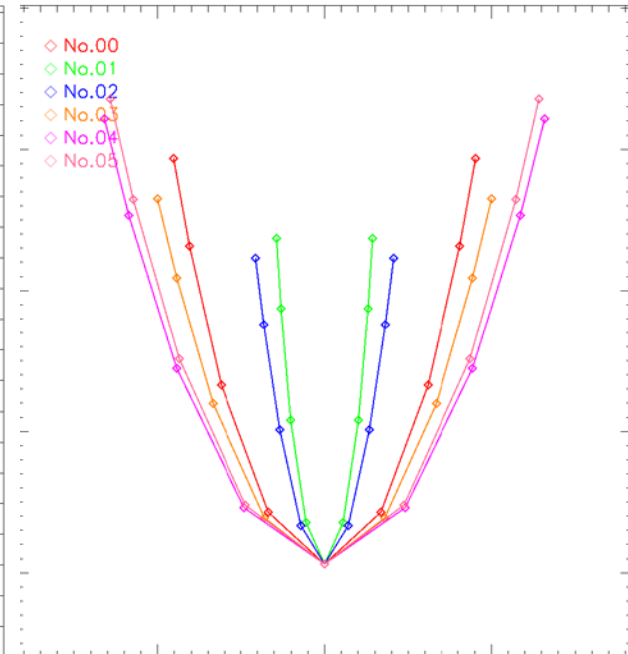
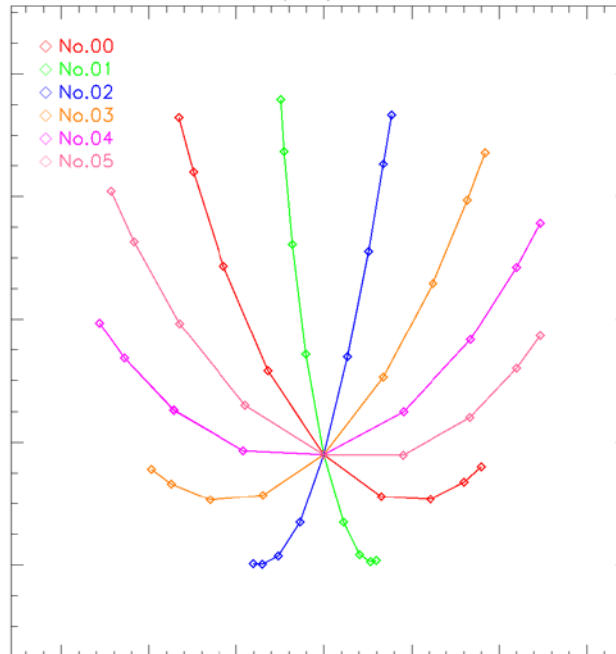
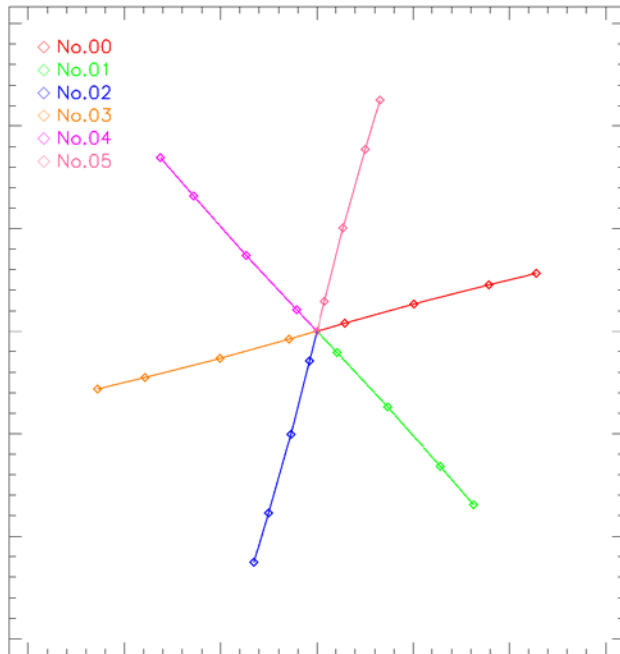
太陽面のどこが彩層波動観測によさそうか？

→ 太陽面上( $\theta=30^\circ$ )の垂直磁場が最適。

DC ( $\theta=0^\circ$ )

On Disk ( $\theta=30^\circ$ )

Limb ( $\theta=90^\circ$ )



偏光度： 小



大

分離： 良



悪

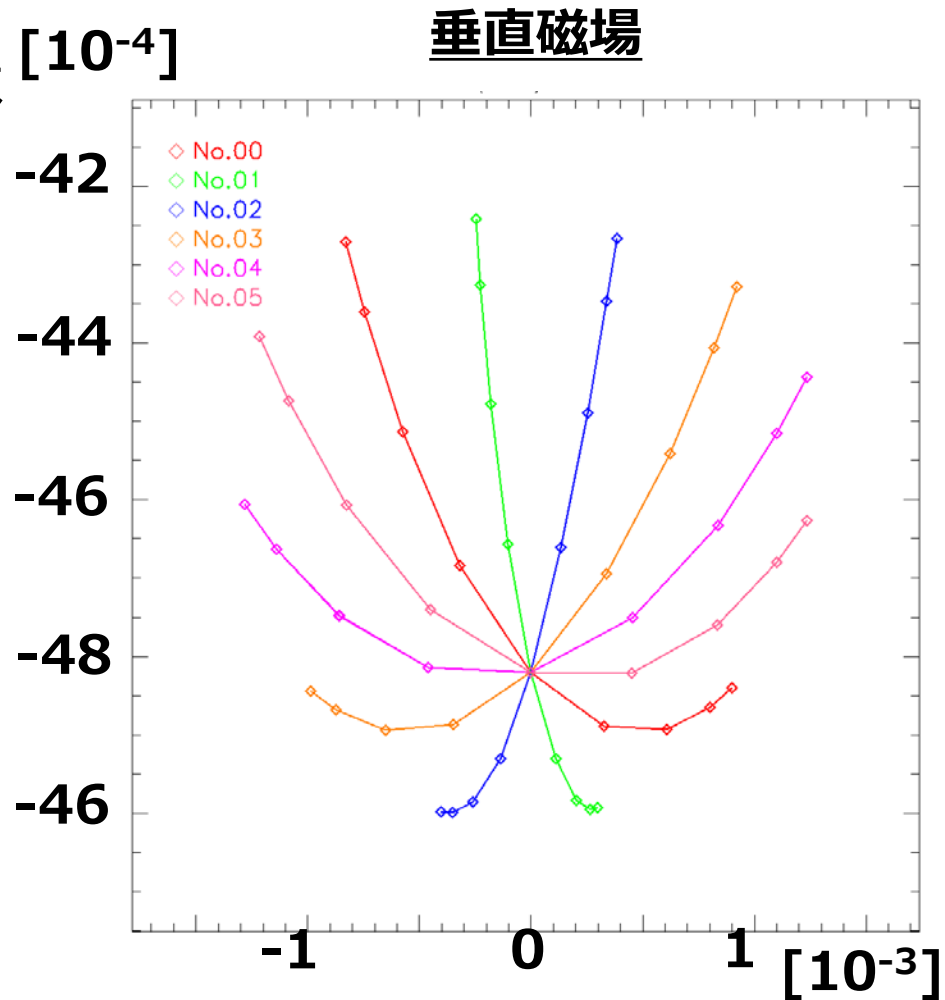
# まとめ

Hanle効果による彩層波動検出について、Goto+の方法を元に考察した。

サーベイしたパラメータ内では  $[10^{-4}]$   
**太陽面上( $\theta=30^\circ$ )の垂直磁場**  
が最も波動を検出しやすい  
(**振幅 $\sim 2 \times 10^{-3}$** )という結果を得た。方向分離は厳しいか。

これからの方向性は…

- **Bに関する線形化**から最も最適なパラメータを導出する。
- 他に**最適なライン**は？



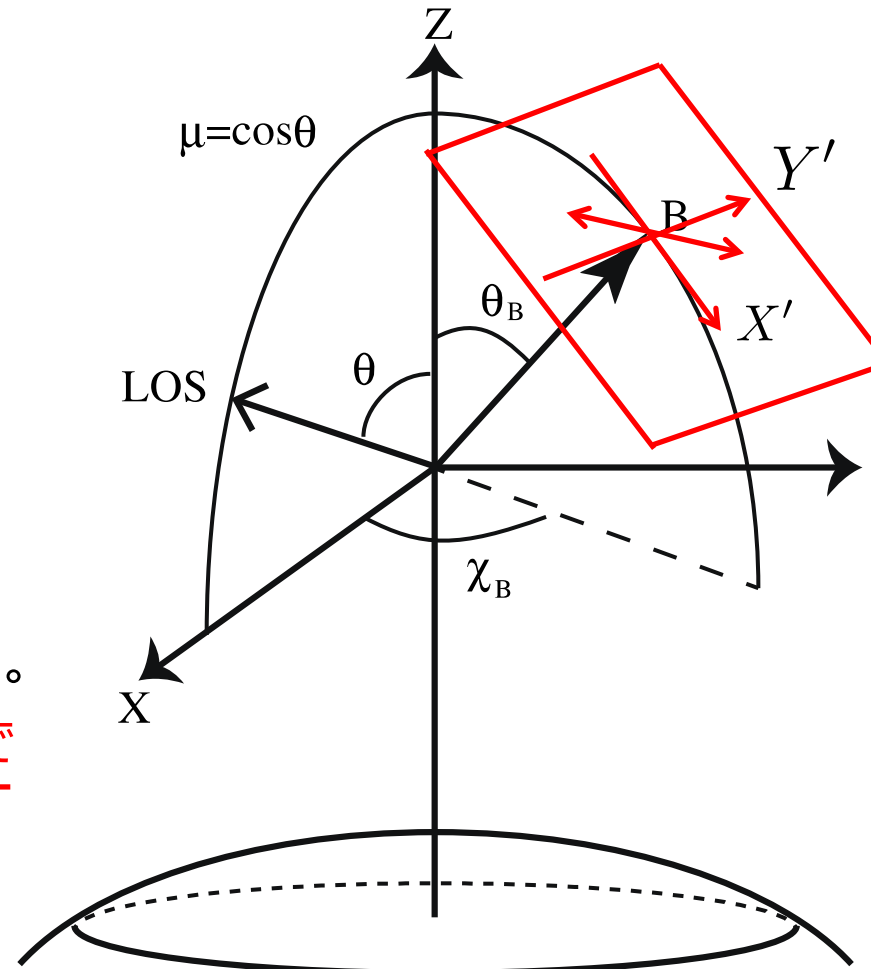
**おまけ**  
**-主に線形化-**

# (Shear)Alfven波のHanle効果計算手法

インプット：入射光パラメータ  $J_0^2 / J_0^0$ 、軸磁場パラメータ  $B$ ,  $\theta_B$ ,  $\chi_B$   
磁場振動パラメータ  $\delta B$ ,  $\phi_B$  ( $\phi_B$ は  $\vec{X}' = \hat{R}_{xy}(\chi_B) \hat{R}_{zx}(\theta_B) \vec{X}$  から)

---

- (1) 入射光を全て吸収・励起したと考えたときの密度行列を計算 ( $J_0^2 / J_0^0$ )
- (1) 密度行列を磁場方向の基底に変換 ( $B, \theta_B, \chi_B$ )
- (1) 求められた密度行列から、各方向( $\rightarrow, \uparrow, \nearrow, \searrow$ )の放射強度を求める。ここでの放射強度は、時間平均から求まる。  
( $\theta_B, \chi_B, \theta$ ) この途中まで
- (2) 各方向の振動強度からストークスベクトルを求める。



# (0) 磁場パラメータの線形化

$$\vec{B}_{tot} = B \vec{e}_0 + \delta B \vec{e}_\delta$$

ただし、 $\vec{e}_0 = \hat{R}_{xy}(\chi_B) \hat{R}_{zx}(\theta_B) \vec{e}_Z$

$$\vec{e}_\delta = \hat{R}_{xy}(\chi_B) \hat{R}_{zx}(\theta_B) \hat{R}_{xy}(\phi_B) \vec{e}_X$$

(a) 大きさ  $B_{tot} \sim B$

(b) 方位角  $\chi_{B,tot} = \tan^{-1} \left( \frac{Y}{X} \right) \sim \chi_B + \frac{\sin \phi_B}{\sin \theta_B} \frac{\delta B}{B_0}$

(c) 傾角  $\theta_{B,tot} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{Z} \right) \sim \theta_B + \cos \phi_B \frac{\delta B}{B_0}$

# (1) 密度行列の計算

入射光(軸対称)を吸収・励起したと考えた場合の、密度行列

$$\hat{\rho} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 + \delta J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \delta J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \delta J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \delta J \end{pmatrix}$$

$$\text{ただし、 } \delta J = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{J_0^2}{J_0^0}$$

ここは線形化の必要なし。



## (2) 密度行列の回転

回転行列を掛けて回転する。回転行列は $\theta_B$ の関数なので、要線形化。

$$(\rho_{MN})_B = \sum_m (-1)^{m-M} d_{Mm}^{3/2}(\theta_{B,tot}) d_{mN}^{3/2}(\theta_{B,tot}) \rho_{MN}$$

回転行列  $d^{3/2}$ は、計算すると以下の形になる。

$$\hat{d}^{3/2}(\theta_B, \delta B) = \begin{pmatrix} A & -B & C & -D \\ B & E & -F & C \\ C & F & E & -B \\ D & C & B & A \end{pmatrix}$$

# A-Fの具体的な表記はAppendix A 参照

## (2) 密度行列の回転

前ページで得られた $d^{3/2}$ を用いて、 $(\rho)_B$ を計算すると以下のようになる。

$$\hat{\rho}_B(\theta_B, \delta B) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \alpha' & \beta' & \gamma' & 0 \\ \beta' & \delta' & 0 & \gamma' \\ \gamma' & 0 & \delta' & -\beta' \\ 0 & \gamma' & -\beta' & \alpha' \end{pmatrix}$$

#  $\alpha'$ - $\delta'$ の具体的な表記はAppendix B 参照

### (3) 放射強度を求める

求められた密度行列から、各振動方向の放射強度を求める。

$$\bar{I}(\vec{e}) \propto \sum_{m'_u m''_u} (\rho_{m'_u m''_u})_B \frac{U_{m'_u m''_u} g_0 - V_{m'_u m''_u} (m'_u - m''_u) \omega_0}{g_0^2 + [(m'_u - m''_u) \omega_0]^2}$$

UとVが磁場パラメータ( $\theta_B, \chi_B$ )の関数で、以下の表式で与えられる。

$$U_{m'_u m''_u} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) & -\frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \gamma & -\frac{\sqrt{3}}{24} (\alpha^2 - \beta^2) & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \gamma & \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2 + 4\gamma^2) & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{24} (\alpha^2 - \beta^2) \\ -\frac{\sqrt{3}}{24} (\alpha^2 - \beta^2) & 0 & \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2 + 4\gamma^2) & \frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \gamma \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{24} (\alpha^2 - \beta^2) & \frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \gamma & \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \end{pmatrix}$$

$$V_{m'_u m''_u} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{12} \beta \gamma & -\frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \beta & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{12} \beta \gamma & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \beta \\ \frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \beta & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{12} \beta \gamma \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{12} \alpha \beta & -\frac{\sqrt{3}}{12} \beta \gamma & 0 \end{pmatrix}$$

$\alpha, \beta, \gamma$ は、それぞれB系から見た振動方向単位ベクトルの $x', y', z'$ 成分

### (3) 放射強度を求める

$\rho$ 、 $U$ 、 $V$ の表式を代入して、 $I$ の表記を求めると

$$\begin{aligned} \bar{I}(\vec{e}) = & \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{12} [(3\alpha' + \delta')(\alpha^2 + \beta^2) + 4\delta'\gamma^2] \right. \\ & + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\beta'}{g_0^2 + \omega_0^2} [-\alpha\gamma g_0 + \beta\gamma\omega_0] \\ & \left. - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\gamma'}{g_0^2 + 4\omega_0^2} [\alpha^2 - \beta^2] g_0 \right\} \end{aligned}$$

となる。各振動方向について、 $\alpha \sim \gamma$ と $\alpha' \sim \delta'$ を磁場パラメータで表記する。 $\alpha \sim \gamma$ はAppendix C、 $\alpha' \sim \delta'$ はAppendix Bを参照。

# (3) 放射強度を求める

視線方向に対して "→" の振動成分は以下。  
( $\delta J \ll 1$  の近似も加えた。)

$$\begin{aligned} \bar{I}(\rightarrow) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{12g_0} \left[ 4 + \underbrace{(2 - 3 \sin^2 \theta_B)(1 - 3 \sin^2 \theta_B \sin^2 \chi_B)}_{\text{green}} \delta J + \frac{16}{\sin \theta_B} \sin \phi_B \sin \chi_B \cos \chi_B \frac{\delta B}{B} \right] \right. \\ \left. + \frac{\delta J}{g_0^2 + \omega_0^2} \left[ \sin^2 \theta_B \cos^2 \theta_B \sin^2 \chi_B g_0 - \sin^2 \theta_B \cos \theta_B \sin \chi_B \cos \chi_B \omega_0 \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \frac{g_0 \delta J}{g_0^2 + \omega_0^2} \sin^2 \theta_B (\cos^2 \theta_B \sin^2 \chi_B - \cos^2 \chi_B) \right\} \end{aligned}$$

赤 : 0次, 青 :  $\delta B/B$  の1次, 緑 :  $\delta J$  の1次

# 導出はAppendix D参照。

# (3) 放射強度を求める

視線方向に対して "↑" の振動成分は以下。

( $\delta J \ll 1$  の近似も加えた。)

$$\bar{I}(\uparrow) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{12g_0} \left[ 4 + (2 - 3 \sin^2 \theta_B) \{ 1 - 3(\sin \theta_B \cos \chi_B \cos \theta - \cos \theta_B \sin \theta)^2 \} \right] \right.$$

$$- \frac{\delta J}{g_0^2 + \omega_0^2} \sin \theta_B \cos \theta_B [(\cos \theta_B \cos \chi_B \cos \theta + \sin \theta_B \sin \theta)(-\sin \theta_B \cos \chi_B \cos \theta + \cos \theta_B \sin \theta)g_0$$
$$\left. + \sin \chi_B \cos \theta(-\sin \theta_B \cos \chi_B \cos \theta + \cos \theta_B \sin \theta)\omega_0 \right]$$

$$- \frac{1}{4} \frac{g_0 \delta J}{g_0^2 + 4\omega_0^2} \sin \theta_B (\cos^2 \theta_B \cos^2 \chi_B \cos^2 \theta + \sin^2 \theta_B \sin^2 \theta +$$
$$\left. 2 \sin \theta_B \cos \theta_B \cos \chi_B \sin \theta \cos \theta - \sin^2 \chi_B \cos^2 \theta) \right\}$$

赤 : 0次, 青 :  $\delta B/B$  の1次, 緑 :  $\delta J$  の1次

# 導出はAppendix D参照。

## (4) Stokesベクトルを求める。

$Q/I$ は以下のように定義されている。

$$\frac{Q}{I} = \frac{\bar{I}(\uparrow) - \bar{I}(\rightarrow)}{\bar{I}(\uparrow) + \bar{I}(\rightarrow)}$$

$\rightarrow$ と $\uparrow$ の振動強度は以下のように書けている。

$$\bar{I}(\rightarrow) = A' + B'\delta J + C' \frac{\delta B}{B}$$

$$\bar{I}(\uparrow) = D' + E'\delta J$$

代入して整理すると、微小磁場による変化分は

$$\delta \left( \frac{Q}{I} \right) = - \frac{2A'C'}{(A' + D')^2} \frac{\delta B}{B}$$

## (4) Stokesベクトルを求める。

$$\delta \left( \frac{Q}{I} \right) = - \frac{2A'C'}{(A' + D')^2} \frac{\delta B}{B}$$

具体的に $A'$ ,  $C'$ ,  $D'$  の値を代入すると

$$\delta \left( \frac{Q}{I} \right) = - \frac{2 \sin \phi_B \sin \chi_B \cos \chi_B}{\sin \theta_B} \frac{\delta B}{B}$$

おかしい??



# 今のまとめ

1. 水平磁場(2Case)・垂直磁場(1Case)でShear Alfvén波が、太陽面上各位置(Disk Center, Limb, On Disk)で見られる場合の偏光度を計算機で計算し、その振動成分を見た。

- ・最も大きくなる場合は、On Diskの垂直磁場の場合。
- ・垂直磁場の場合は、擾乱成分の向きで振動方向が異なる。
- ・振幅は、 $\sim 10^{-3}$ 程度。
- ・振動方向まで分離しようとする、 $\sim 2 \times 10^{-4}$ 程度必要。  
(もしかすると、 $B_{\text{tot}} \sim 50\text{G}$ でなので弱めの磁場だとDCやLimbでも振幅大きくなる?)

2. 解析解の線形化

- ・最後で矛盾した？途中で発散してしまう項があったか。

線形化を完成させて、1.のプロットと合わせて、要確認。その後、最大振幅を示すパラメータを同定。また、その場合の物理描像を考える？

# Appendix

# Appendix A: 回転行列の線形化

一般的な $d^{3/2}$ の表式は、以下のようにになる。

$$\hat{d}^{3/2}(\theta_{tot}) = \begin{pmatrix} a & -b & c & -d \\ b & e & -f & c \\ c & f & e & -b \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$$

ただし、a-fは以下で与えられる。

$$\begin{aligned} a &= \frac{1 + \cos \theta_{tot}}{2} \cos \frac{\theta_{tot}}{2} & d &= \frac{1 - \cos \theta_{tot}}{2} \sin \frac{\theta_{tot}}{2} \\ b &= \sqrt{3} \frac{1 + \cos \theta_{tot}}{2} \sin \frac{\theta_{tot}}{2} & e &= \frac{3 \cos \theta_{tot} - 1}{2} \cos \frac{\theta_{tot}}{2} \\ c &= \sqrt{3} \frac{1 - \cos \theta_{tot}}{2} \cos \frac{\theta_{tot}}{2} & f &= \frac{3 \cos \theta_{tot} + 1}{2} \sin \frac{\theta_{tot}}{2} \end{aligned}$$

# Appendix A: 回転行列の線形化

各項を線形化すると以下のようになる。

$$a = \cos^3 \frac{\theta_B}{2} - \frac{3}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \cos^2 \frac{\theta_B}{2} \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$b = \sqrt{3} \sin \frac{\theta_B}{2} \cos^2 \frac{\theta_B}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \left( \cos^2 \frac{\theta_B}{2} - 2 \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$c = \sqrt{3} \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \left( 2 \cos^2 \frac{\theta_B}{2} - \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$d = \sin^3 \frac{\theta_B}{2} + \frac{3}{2} \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$e = - \left( 2 \sin^2 \frac{\theta_B}{2} - \cos^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \cos \frac{\theta_B}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \left( 7 \cos^2 \frac{\theta_B}{2} - 2 \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$f = \left( 2 \cos^2 \frac{\theta_B}{2} - \sin^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \sin \frac{\theta_B}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \left( 7 \sin^2 \frac{\theta_B}{2} - 2 \cos^2 \frac{\theta_B}{2} \right) \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

# Appendix B: 密度行列の回転

一般的な $(\rho_{MN})_B$ の表式は、以下のようになる。

$$(\rho_{MN})_B = \sum_m (-1)^{m-M} d_{Mm}^{3/2}(\theta_{B,tot}) d_{mN}^{3/2}(\theta_{B,tot}) \rho_{MN}$$

ここに、具体的な $d^{3/2}$ と $\rho_{MN}$ の表式を代入すると、

$$\hat{\rho}_B(\theta_B, \delta B) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \alpha' & \beta' & \gamma' & 0 \\ \beta' & \delta' & 0 & \gamma' \\ \gamma' & 0 & \delta' & -\beta' \\ 0 & \gamma' & -\beta' & \alpha' \end{pmatrix}$$

となる。ただし、(→次ページへ)

# Appendix B: 密度行列の回転

$$\hat{\rho}_B(\theta_B, \delta B) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \alpha' & \beta' & \gamma' & 0 \\ \beta' & \delta' & 0 & \gamma' \\ \gamma' & 0 & \delta' & -\beta' \\ 0 & \gamma' & -\beta' & \alpha' \end{pmatrix}$$

$$\alpha' = \left[ 1 + \delta J \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta_B \right) \right] - 3 \delta J \sin \theta_B \cos \theta_B \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$\beta' = -\sqrt{3} \delta J \sin \theta_B \cos \theta_B - \frac{\sqrt{3}}{2} \delta J [1 - 2 \sin^2 \theta_B] \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$\gamma' = \frac{\sqrt{3}}{2} \delta J \sin^2 \theta_B + \sqrt{3} \delta J \sin \theta_B \cos \theta_B \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$\delta' = \left[ 1 - \delta J \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta_B \right) \right] + 3 \delta J \sin \theta_B \cos \theta_B \cos \phi_B \frac{\delta B}{B}$$

# Appendix C: $\alpha \sim \gamma$ の線形化

→、↑、↗、↘の各場合について、 $\alpha, \beta, \gamma$ を求める。

(1)  $\vec{e}(\rightarrow)$ の場合

$$\alpha_1 = \cos \theta_B \sin \chi_B + \left( -\sin \theta_B \cos \phi_B \sin \chi_B + \frac{\cos \theta_B}{\sin \theta_B} \sin \phi_B \cos \chi_B \right) \frac{\delta B}{B}$$

$$\beta_1 = \cos \chi_B + \frac{1}{\sin \theta_B} \sin \phi_B \sin \chi_B \frac{\delta B}{B}$$

$$\gamma_1 = \sin \theta_B \sin \chi_B + (\cos \theta_B \cos \phi_B \sin \chi_B + \sin \phi_B \cos \chi_B) \frac{\delta B}{B}$$

# Appendix C: $\alpha \sim \gamma$ の線形化

→、↑、↗、↘の各場合について、 $\alpha, \beta, \gamma$ を求める。

(2)  $\vec{e}(\uparrow)$  の場合

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= (-\cos \theta_B \cos \chi_B \cos \theta - \sin \theta_B \sin \theta) \\ &\quad + (\sin \theta_B \cos \phi_B \cos \chi_B \cos \theta + \frac{\cos \theta_B}{\sin \theta_B} \sin \phi_B \sin \chi_B \cos \theta \\ &\quad - \cos \theta_B \cos \phi_B \sin \theta) \frac{\delta B}{B} \\ \beta_2 &= \sin \chi_B \cos \theta + \frac{1}{\sin \theta_B} \sin \phi_B \cos \chi_B \cos \theta \frac{\delta B}{B} \\ \gamma_2 &= (-\sin \theta_B \cos \chi_B \cos \theta + \cos \theta_B \sin \theta) \\ &\quad + (-\cos \theta_B \cos \phi_B \cos \chi_B \cos \theta + \sin \phi_B \sin \chi_B \cos \theta \\ &\quad - \sin \theta_B \cos \phi_B \sin \theta) \frac{\delta B}{B}\end{aligned}$$



# Appendix C: $\alpha \sim \gamma$ の線形化

→、↑、↗、↘の各場合について、 $\alpha, \beta, \gamma$ を求める。

(3)  $\vec{e}(\nearrow)$ の場合

$$\alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1 + \alpha_2) \quad \beta_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\beta_1 + \beta_2)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_1 + \gamma_2)$$

(4)  $\vec{e}(\nwarrow)$ の場合

$$\alpha_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\alpha_1 + \alpha_2) \quad \beta_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\beta_1 + \beta_2)$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\gamma_1 + \gamma_2)$$