ゼーマンとハンレの基礎

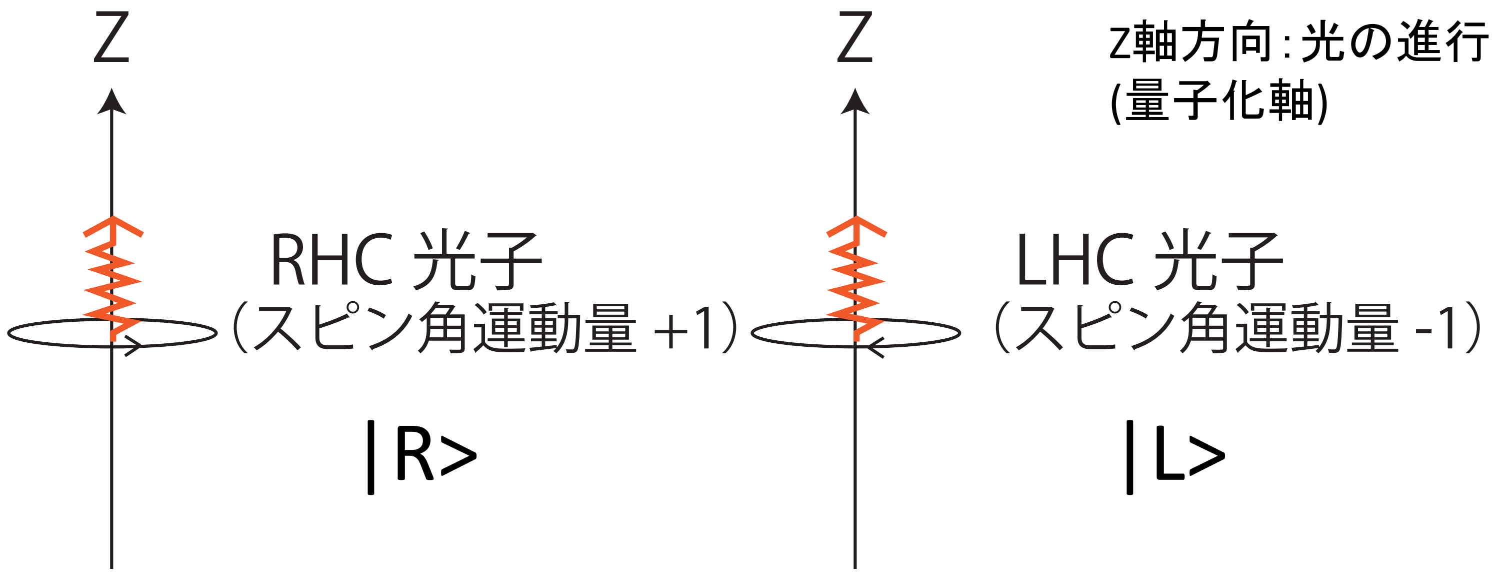
Ver. 3 2012/01/18

R. Ishikawa (NAOJ)

目的

- 量子力学に詳しくなくても, この資料でハンレ効果について定性的に理解できることを目指した.
- “量子化軸の回転”を用い, 以下の項目を同じ枠組みで理解する.
  - Zeeman効果
  - 散乱偏光
  - Hanle効果(ただしSaturationの場合のみ)

光の状態

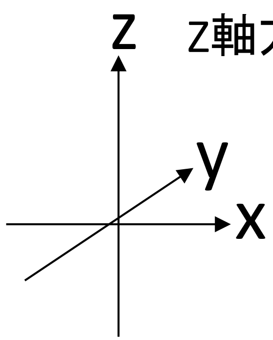


Z軸方向:光の進行方向
(量子化軸)

遷移による光の吸収・放射は**角運動量保存則**に従う.

直線偏光

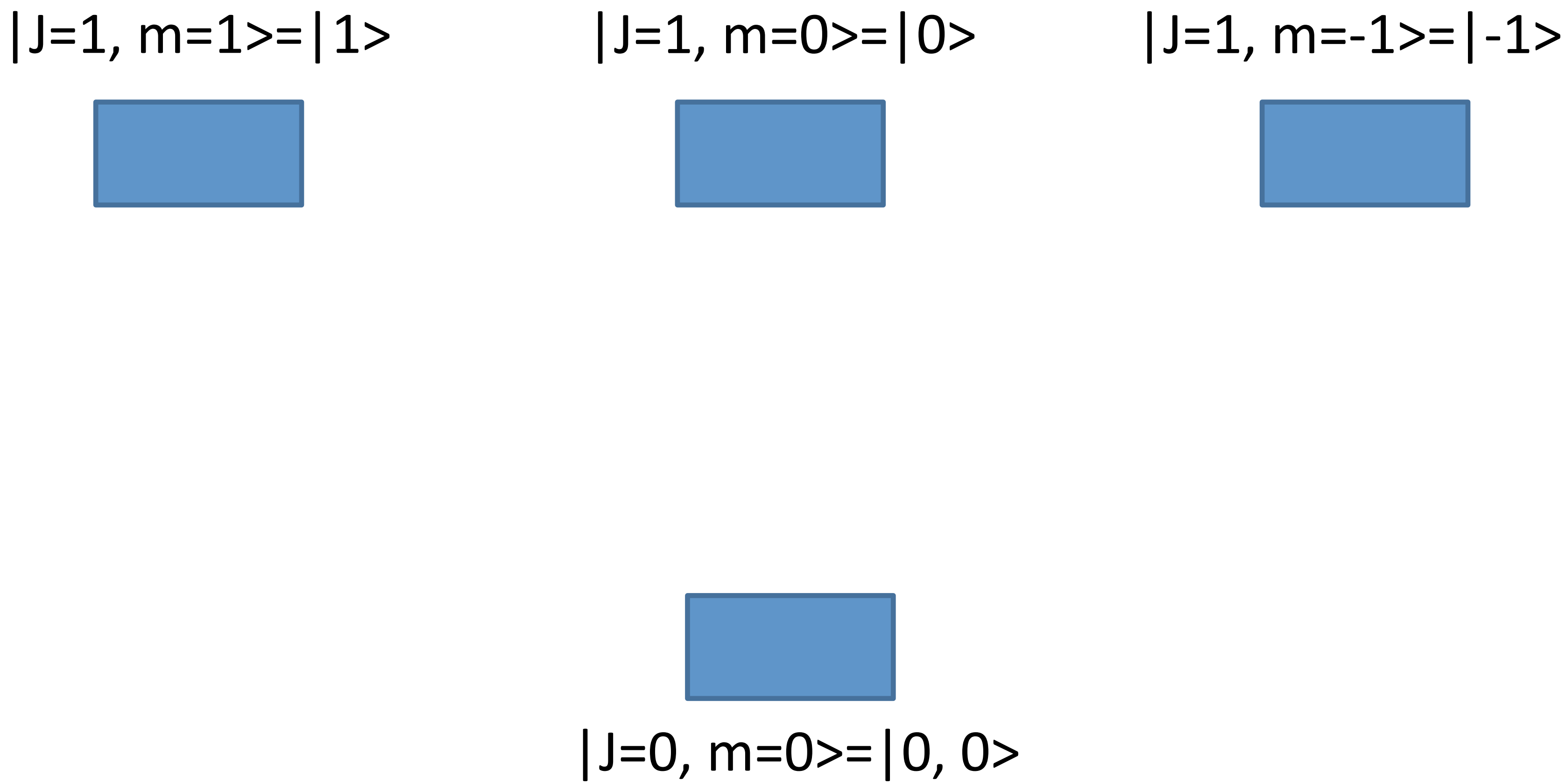
- x/y方向に偏った光 (x/y方向の直線偏光) はRHC (|R>) とLHC (|L>)の重ね合わせで表現される.
  - $|x\rangle = 1/\sqrt{2}(|R\rangle - |L\rangle)$
  - $|y\rangle = -i/\sqrt{2}(|R\rangle + |L\rangle)$



z軸方向：光の進行方向

J=0-1 Transition

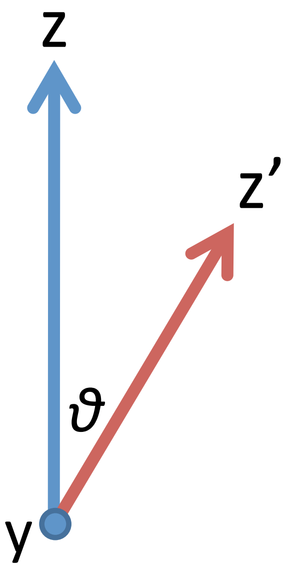
J : 全角運動量, m : 磁気量子数 (0, …, ±(J-1), ±J)



Ly-αはJ=2/3-1/2, He I 1083はJ=1-0, J=1-1,1-2遷移となりもう少し複雑.

回転行列 (スピン1の場合)

古い座標系(z軸)での固有状態

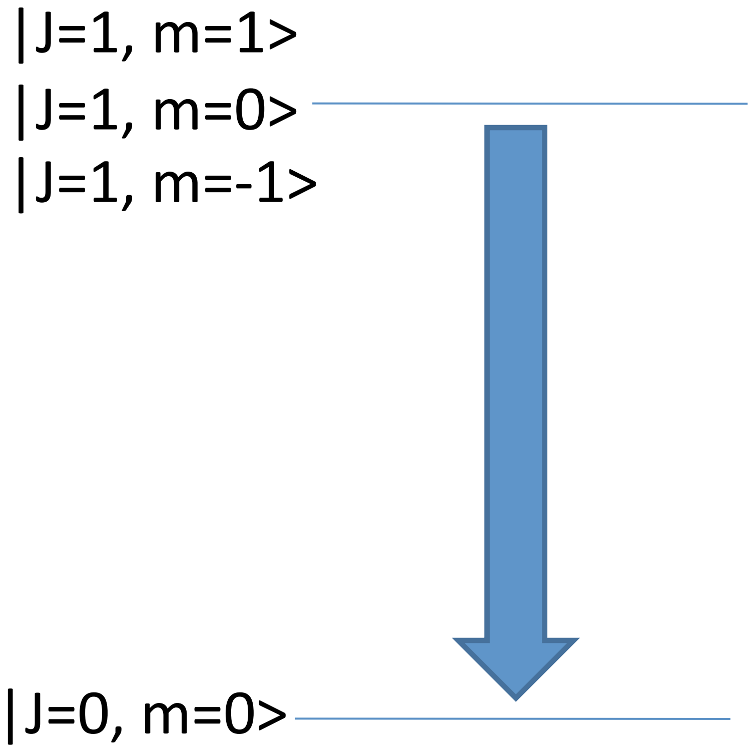


Ry(ϑ)	**|1>**	**|0>**	**|-1>**
<1’|	(1+cosθ)/2	sinθ/√2	(1-cosθ)/2
<0’|	-sinθ/√2	cosθ	sinθ/√2
<-1’|	(1-cosθ)/2	-sinθ/√2	(1+cosθ)/2

新しい座標系(z’軸)での固有状態
:古い座標系の固有状態の線形結合.

<u>**ゼーマン効果**</u>: 磁場の方向(z軸) ⇨ 視線方向(z’軸).
<u>**散乱偏光**</u>: 放射場の方向(z軸) ⇨ 視線方向(z’軸).
<u>**ハンレ効果**</u>: 放射場の方向(z軸) ⇨ 磁場の方向(z’軸) ⇨ 視線方向(z’’軸).

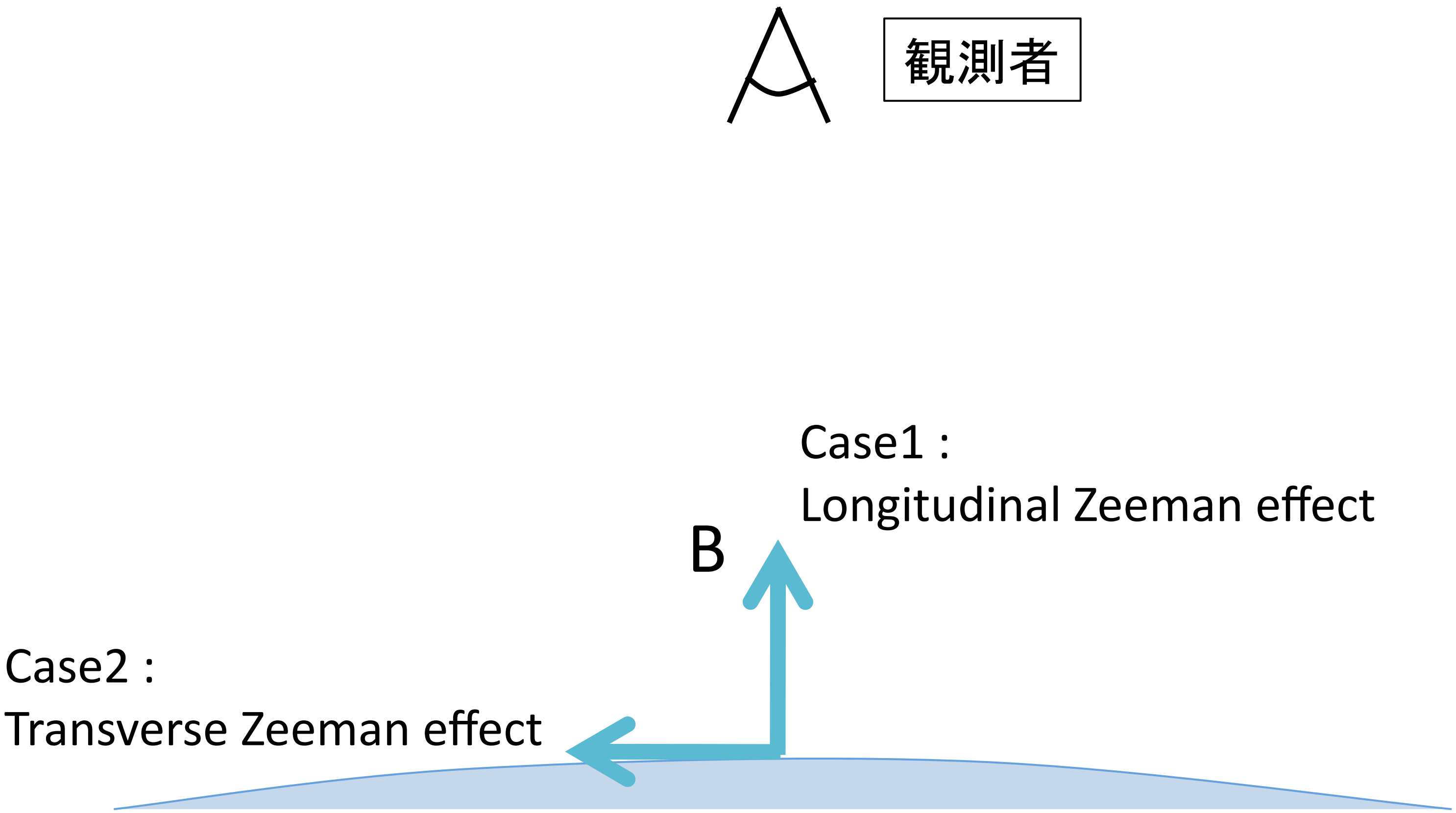
Emission from 3-level atom



|1, 1> →|0, 0> : σ_{blue} 成分
|1, -1> →|0, 0> : σ_{red} 成分
|1, 0> →|0, 0> : π 成分

Zeeman効果を量子化軸の変換を使って理解する.

Zeeman 効果

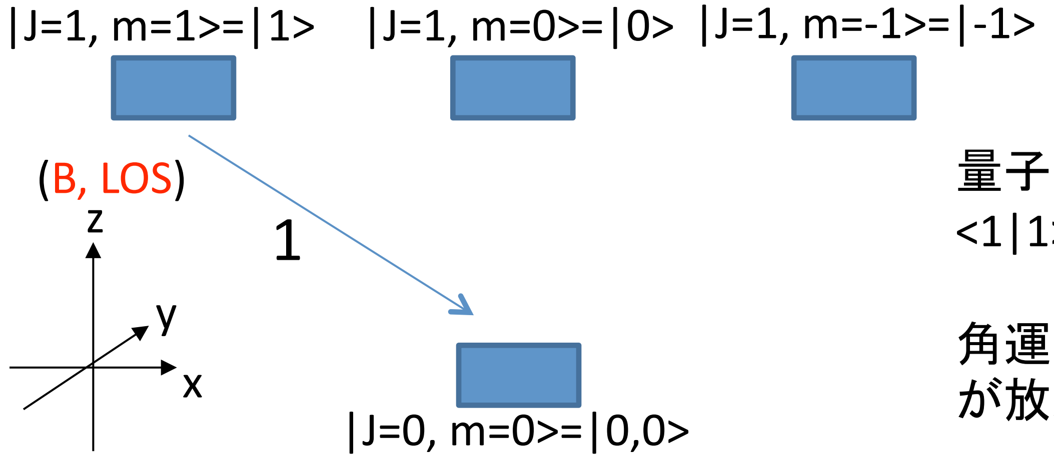


観測者
Case1 :
Longitudinal Zeeman effect
B
Case2 :
Transverse Zeeman effect

磁場Bと視線方向LOSが平行な場合 (σ成分)

※各成分ごとに考える

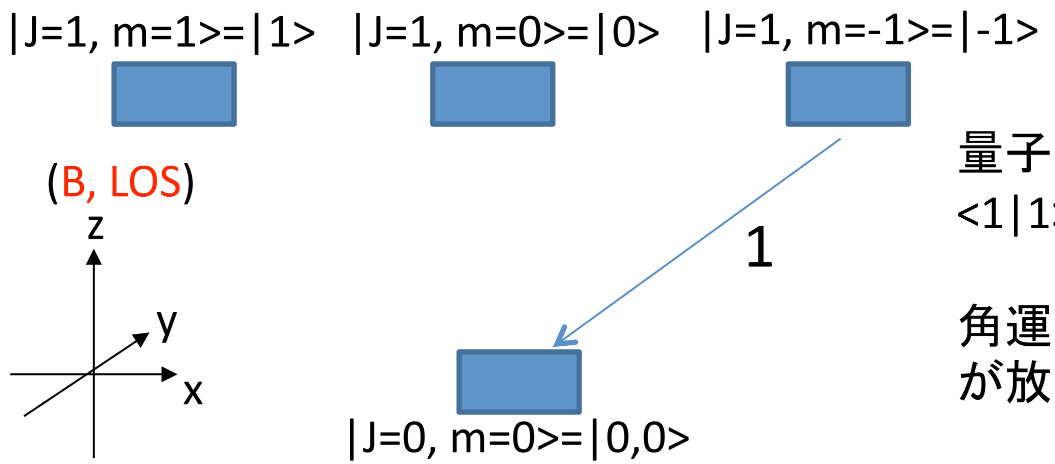
Transition from |J=1, m=1> to |J=0, m=0>, σ_{blue}成分



量子化軸を磁場かつ視線方向の向きにとる.
<1|1>=1, <0|0>=<-1|-1>=0

角運動量保存則より, **右回りの円偏光(|R>)** が放射される.

Transition from |J=1,m=-1> to |J=0, m=0>, σ_{red}成分



量子化軸を磁場かつ視線方向の向きにとる.
<1|1>=<0|0>=0, <-1|-1>=1

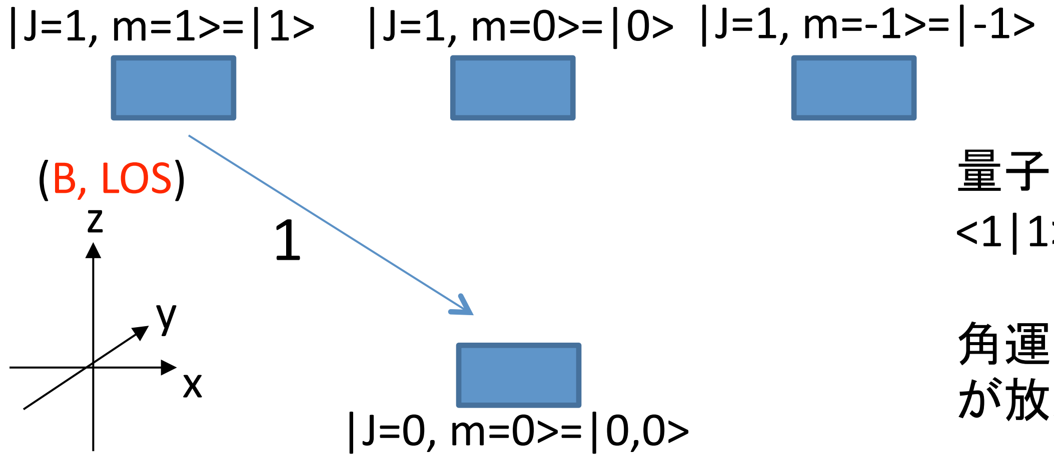
角運動量保存則より, **左回りの円偏光(|L>)** が放射される.

|R>と|L>の状態にある光子はincoherent.
B=0 ⇨ 無偏光.

磁場Bと視線方向LOSが平行な場合 (σ成分)

※各成分ごとに考える

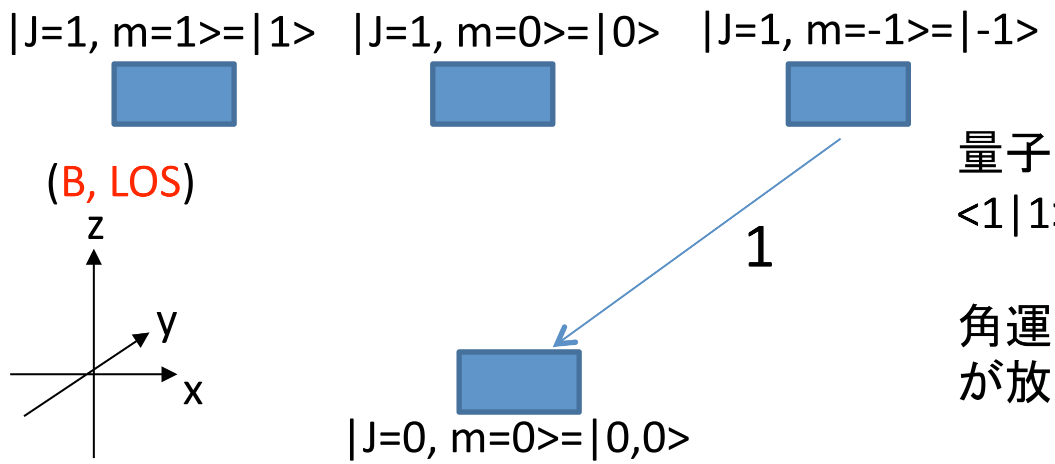
Transition from |J=1, m=1> to |J=0, m=0>, σ_{blue}成分



量子化軸を磁場かつ視線方向の向きにとる.
<1|1>=1, <0|0>=<-1|-1>=0

角運動量保存則より, **右回りの円偏光(|R>)** が放射される.

Transition from |J=1,m=-1> to |J=0, m=0>, σ_{red}成分



量子化軸を磁場かつ視線方向の向きにとる.
<1|1>=<0|0>=0, <-1|-1>=1

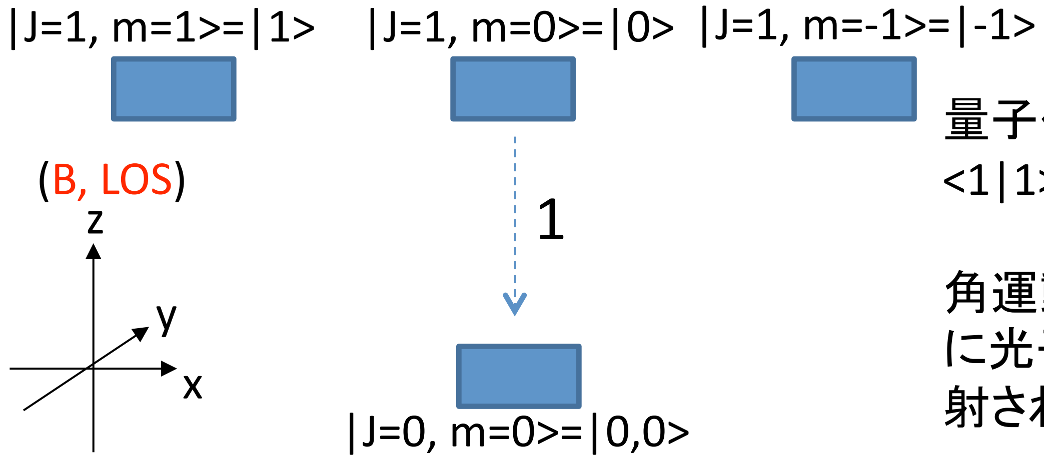
角運動量保存則より, **左回りの円偏光(|L>)** が放射される.

B≠0 ⇨ 縮退が解け, |R>と|L>の光子のエネルギー準位に差ができる. blue wing, red wingでそれぞれ右回り, 左回りの円偏光が放射される (ゼーマン効果).

磁場Bと視線方向LOSが平行な場合 (π成分)

※各成分ごとに考える

Transition from |J=1, m=0> to |J=0, m=0>, π成分



量子化軸を磁場かつ視線方向の向きにとる.
<1|1>=0, <0|0>=1, <-1|-1>=0

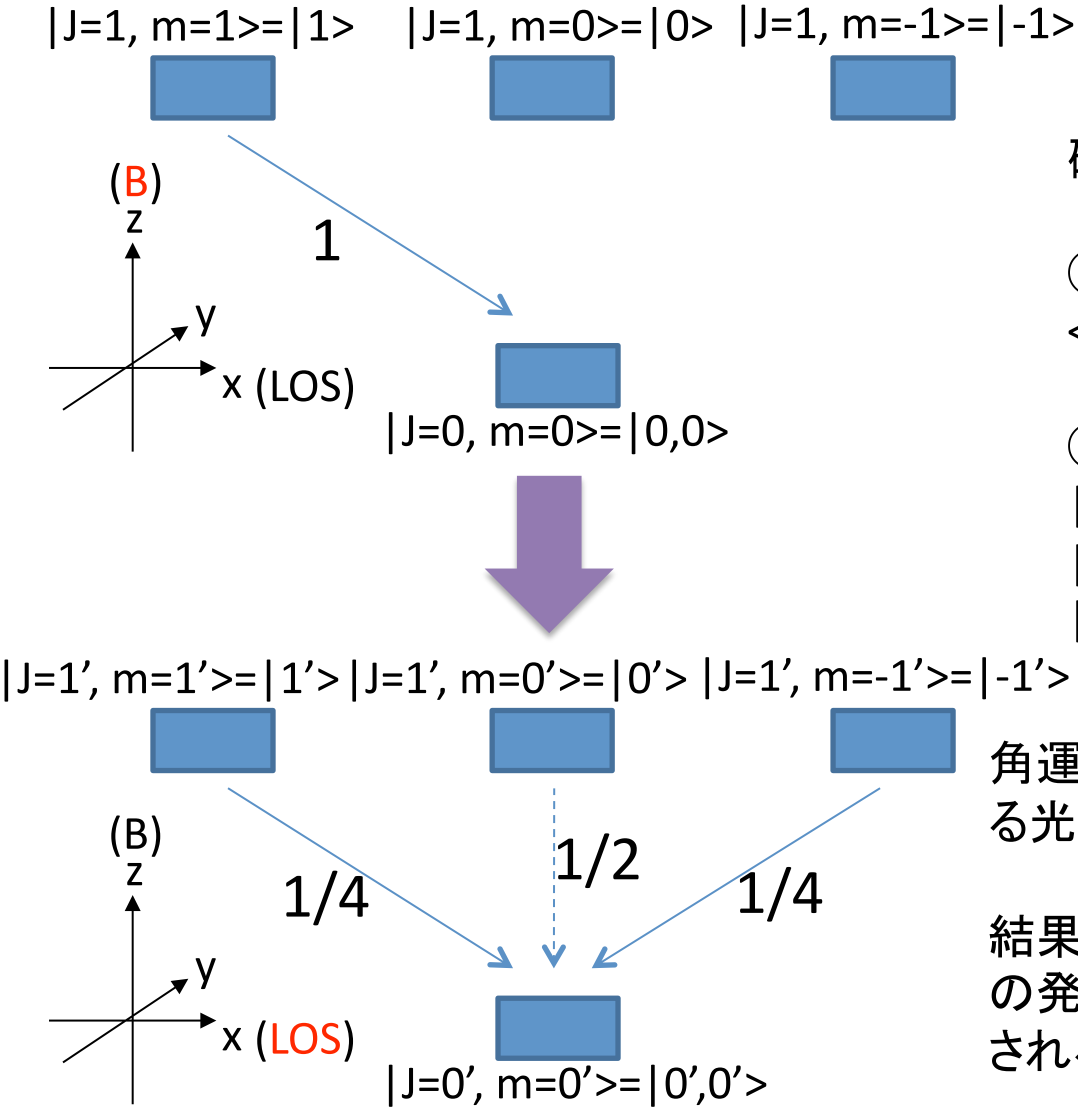
角運動量保存則より, 量子化軸(z軸)の方向に光子は放射されない(x軸, y軸方向には放射される).

B≠0でもπ成分は観測されない.

磁場Bと視線方向LOSが垂直な場合 (σ_{blue}成分)

Transition from |J=1, m=1> to |J=0, m=0>, σ_{blue}成分

※各成分ごとに考える



磁場Bをz軸方向とし, x軸方向から観測.

①量子化軸を磁場の向きにとる.
<1|1>=1, <0|0>=<-1|-1>=0

②量子化軸をz軸からx軸に90°回転する.
|1'>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1> ⇨<1'|1'>=1/4
|0'>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1> ⇨<0'|0'>=1/2
|-1'>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1> ⇨<-1'|-1'>=1/4

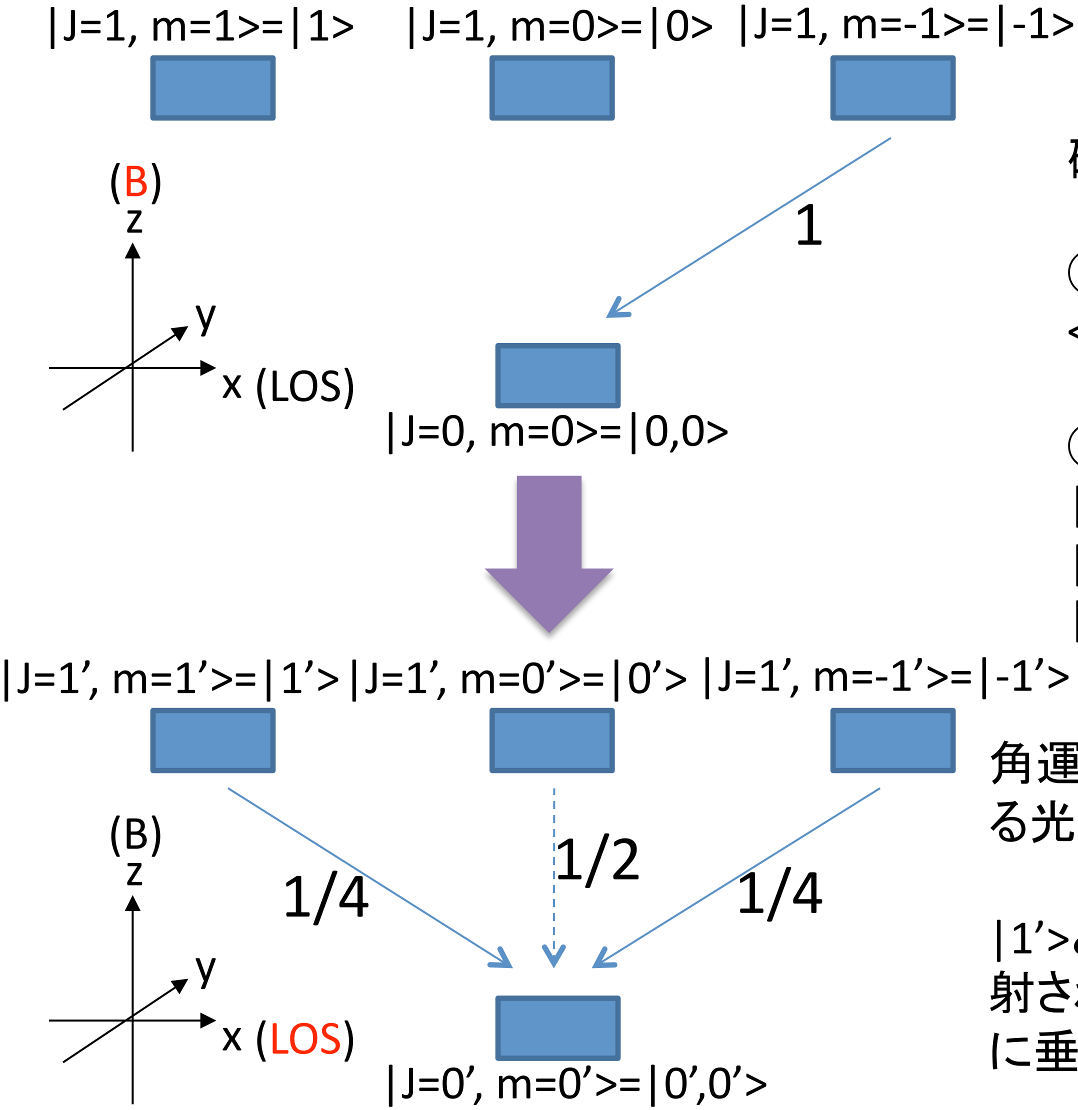
角運動量保存則より, |1',0'> →|0',0'>遷移による光子は視線方向(x軸)には放射されない.

結果として, |1'>と|-1'>が同位相化 (coherency の発生). 放射される光子は, (|R> +|L>)で記述される磁場に垂直な, y方向の直線偏光.

磁場Bと視線方向LOSが垂直な場合 (σ_{red}成分)

Transition from |J=1, m=1> to |J=0, m=0>, σ_{red}成分

※各成分ごとに考える



磁場Bをz軸方向とし, x軸方向から観測.

①量子化軸を磁場の向きにとる.
<1|1>=<0|0>=0, <-1|-1>=1

②量子化軸をz軸からx軸に90°回転する.
|1’>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1> ➪<1’|1’>=1/4
|0’>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1> ➪<0’|0’>=1/2
|-1’>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1> ➪<-1’|-1’>=1/4

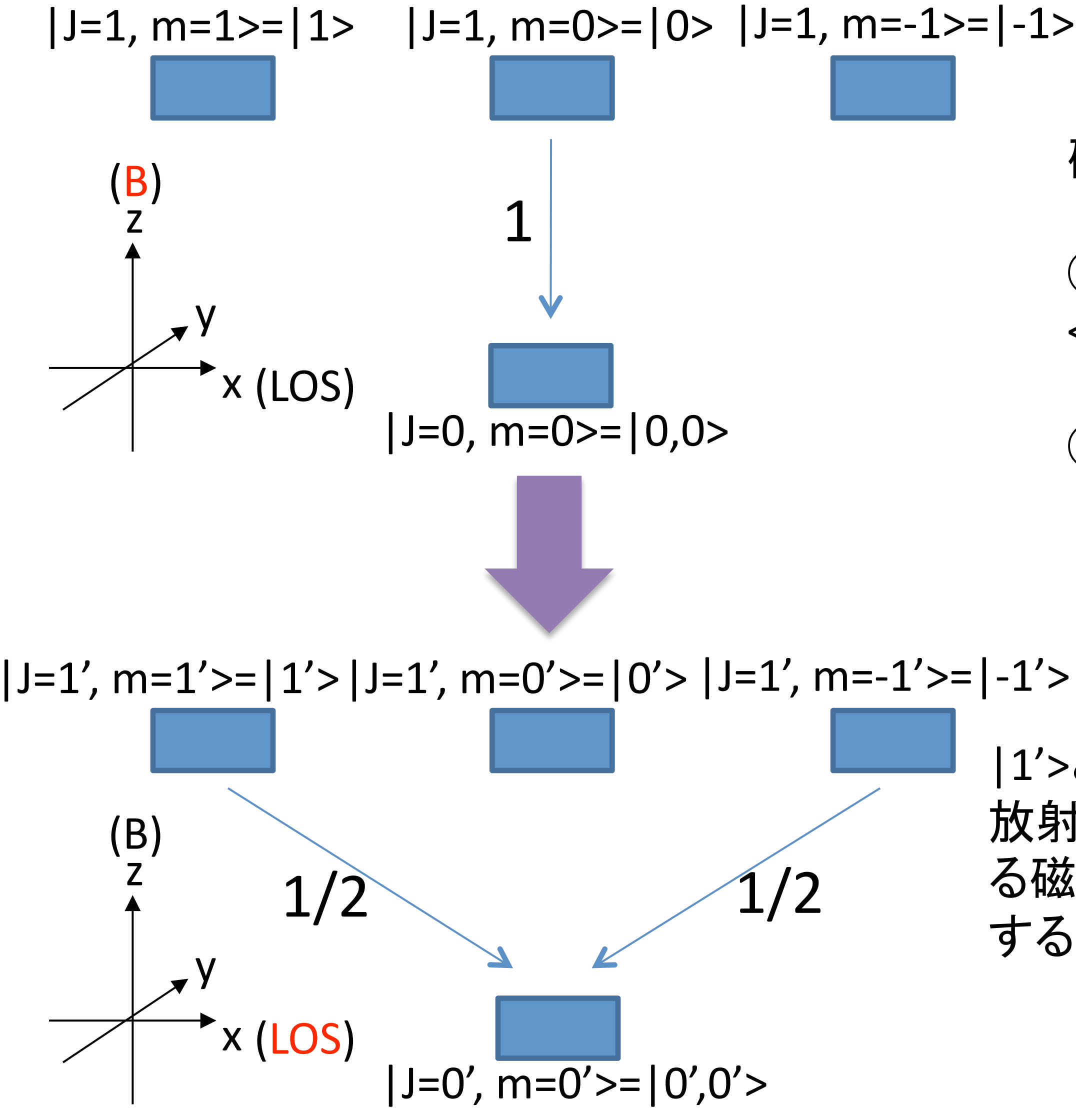
角運動量保存則より, |1’,0’> →|0’,0’>遷移による光子は視線方向(x軸)には放射されない.

|1’>と|-1’>が同位相化 (coherencyの発生). 放射される光子は, (|R> +|L>)で記述される磁場に垂直な, y方向の直線偏光.

磁場Bと視線方向LOSが垂直な場合 (π成分)

Transition from |J=1, m=0> to |J=0, m=0>, π成分

※各成分ごとに考える



磁場Bをz軸方向とし, x軸方向から観測.

①量子化軸を磁場の向きにとる.

<1|1>=0, <0|0>=1, <-1|-1>=0

②量子化軸をz軸からx軸に90°回転する.

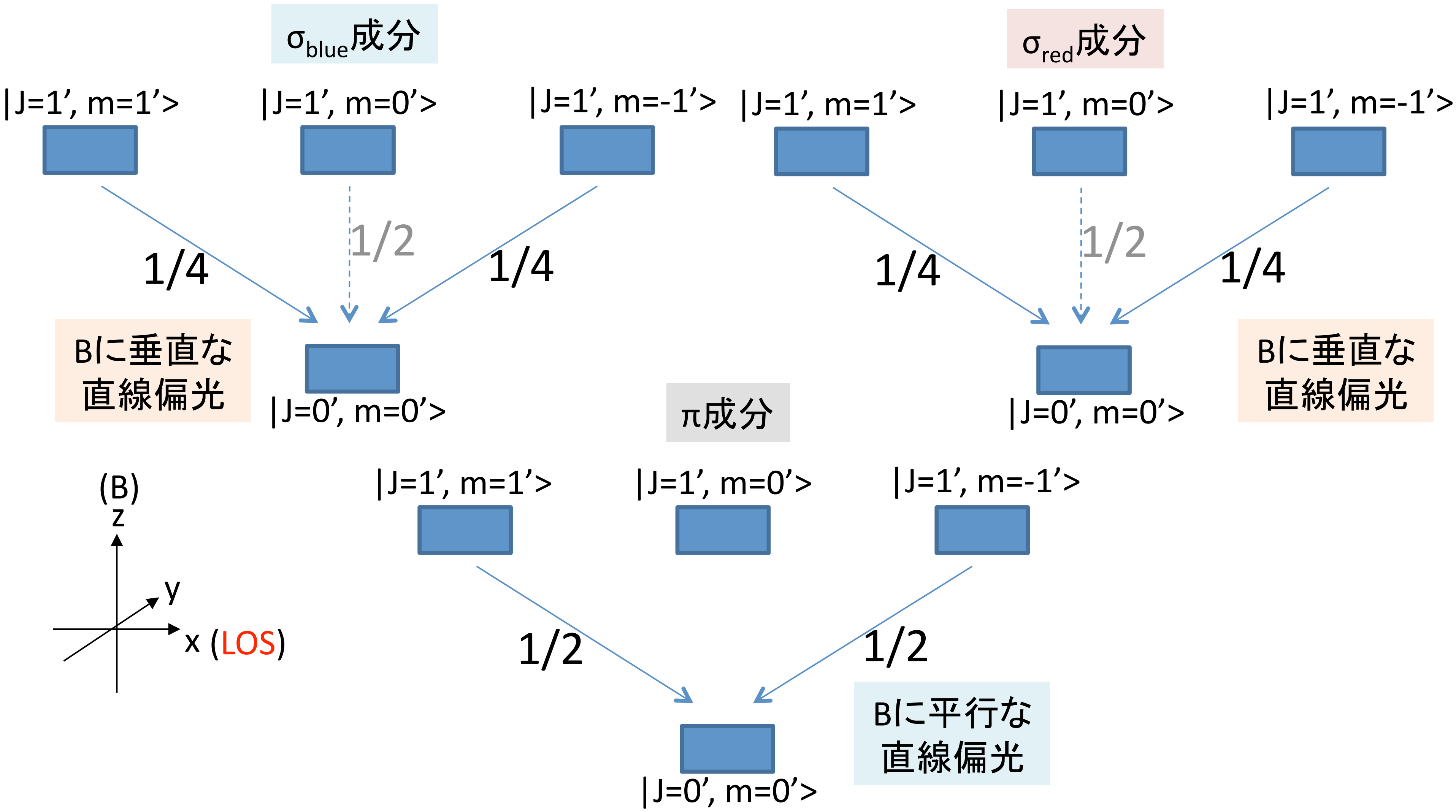
|1’>=sinθ/√2|0>=1/√2|0> ➪<1’|1’>=1/2

|0’>=cosθ|0>=0 ➪<0’|0’>=0

|-1’>=-sinθ/√2|0>=-1/√2|0> ➪<-1’|-1’>=1/2

|1’>と|-1’>が同位相化 (coherencyの発生). 放射される光子は, 1/√2(|R> -|L>)で記述される磁場と平行な, x軸方向の直線偏光に対応する.

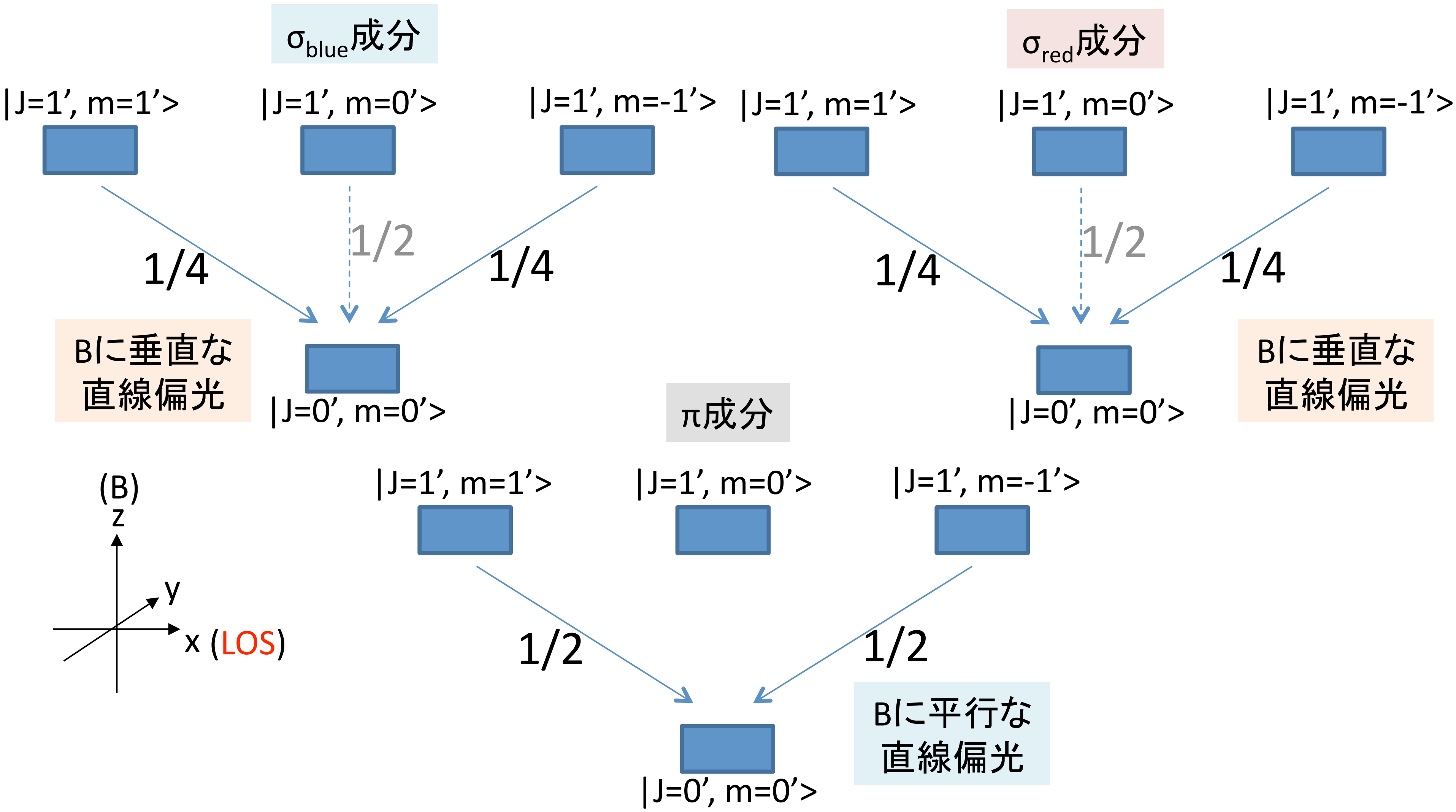
磁場Bと視線方向LOSが垂直な場合 (まとめ)



σ_{blue}, σ_{red}, π 各成分の光子同士はincoherent.

B=0 ⇨ 無偏光.

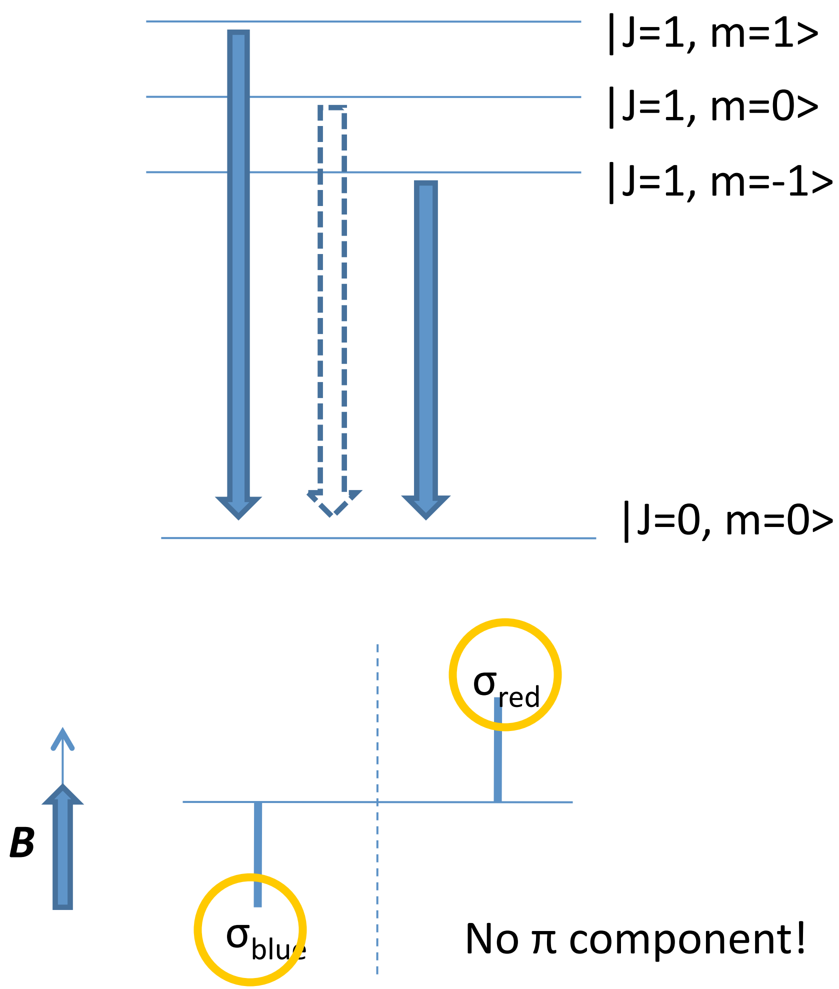
磁場Bと視線方向LOSが垂直な場合 (まとめ)



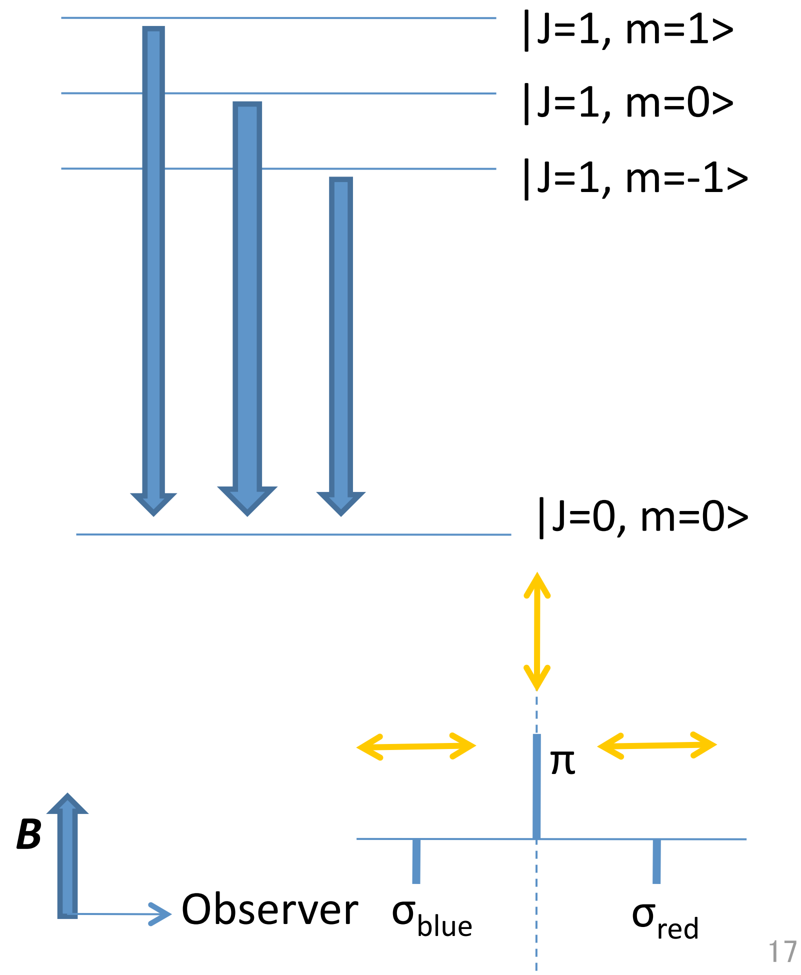
B≠0 ⇨ 縮退が解け各成分のエネルギー準位に差が生じる. blue wing, red wingで磁場に垂直, ライン中心で磁場に平行な直線偏光が放射される (ゼーマン効果). またその強度は, π成分の方が2倍大きい.

Summary of 3 level emissions in Zeeman effect

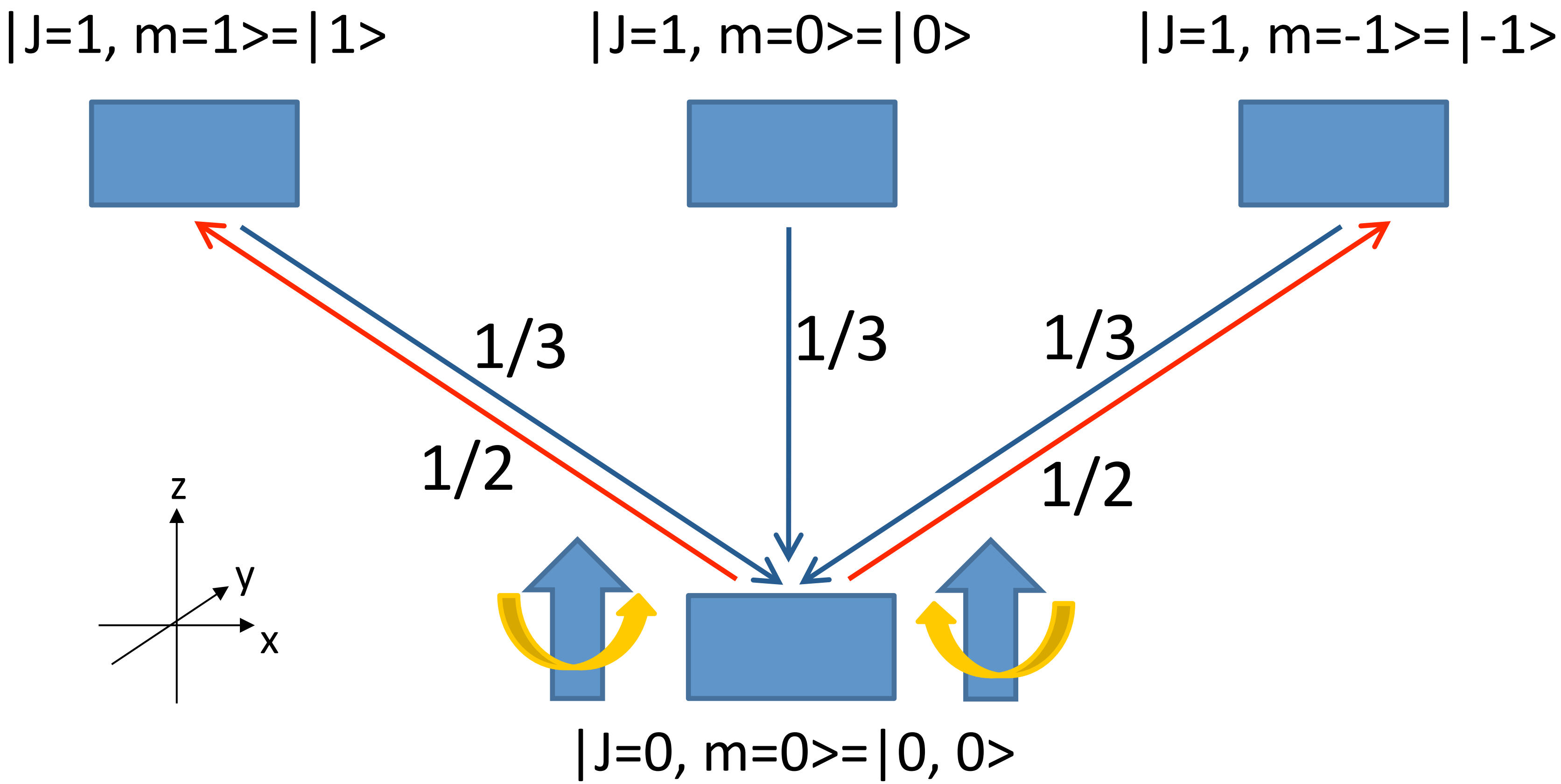
Zeeman effect with B || LOS



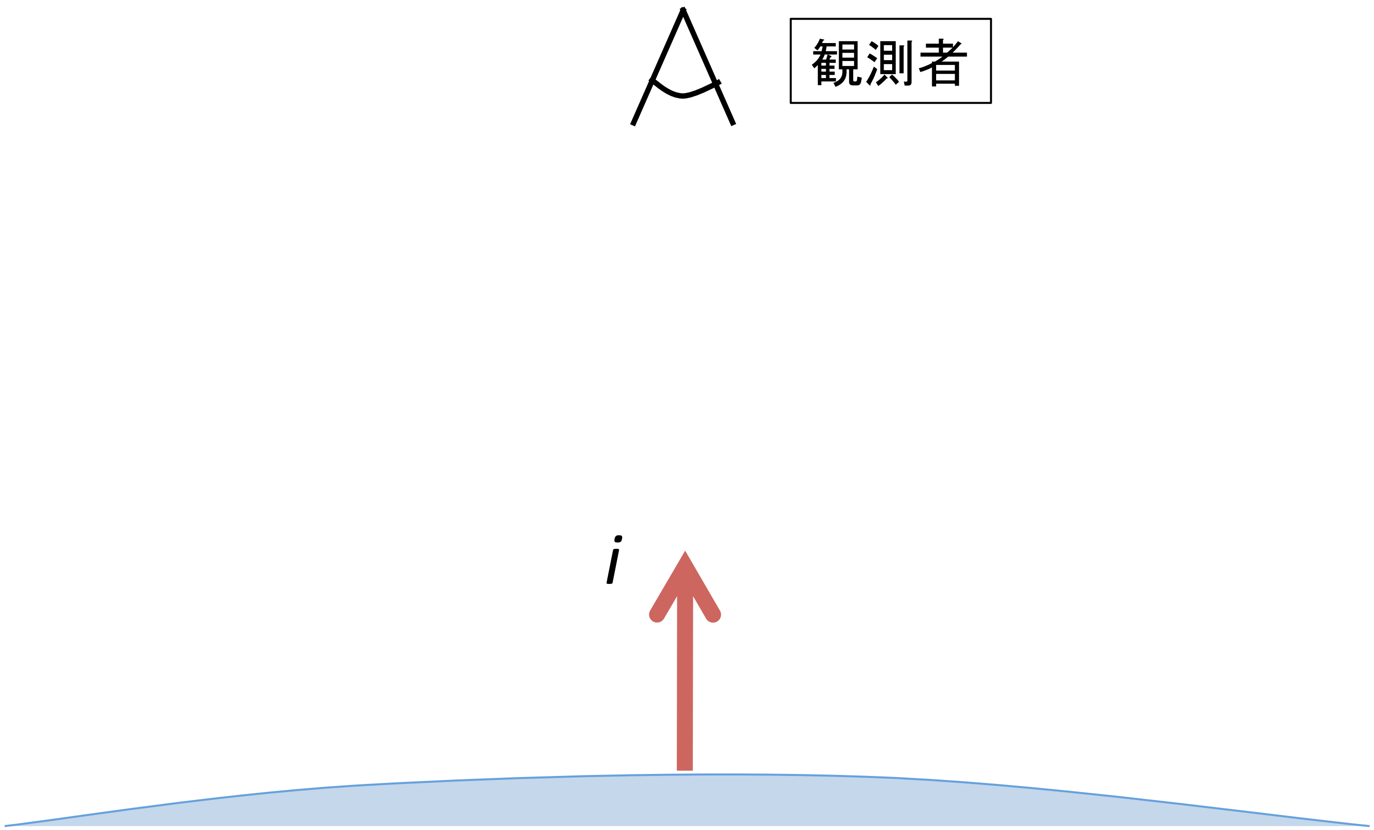
Zeeman effect with B ⊥ LOS



J=0-1 散乱：励起⇨脱励起



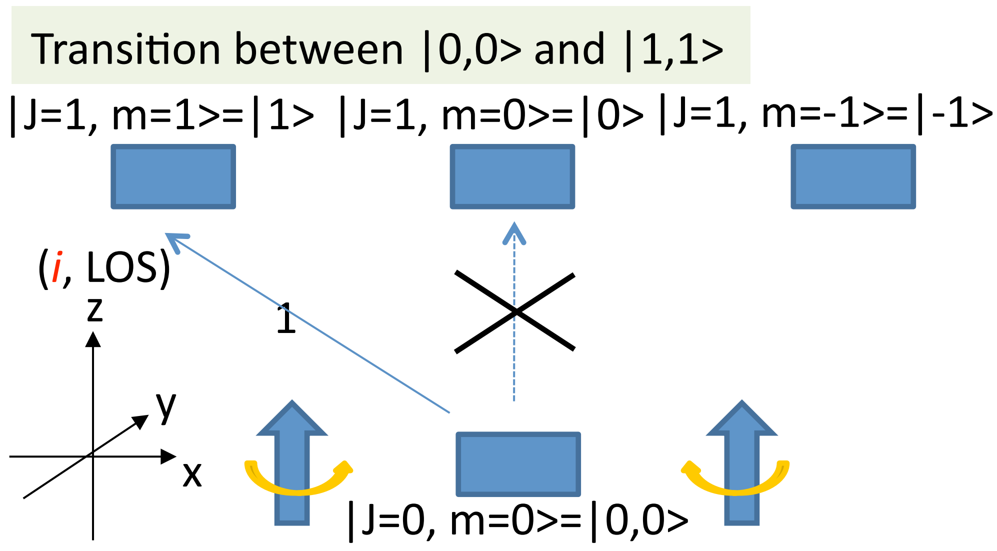
散乱 (太陽中心の場合)

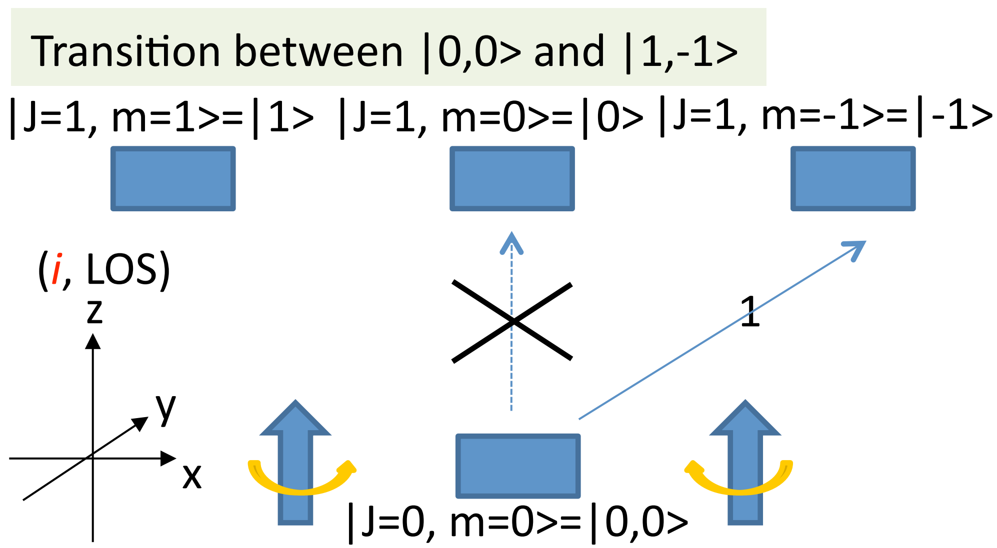


輻射場の軸:太陽表面に対して鉛直方向

Scattering at disk center -emission process-

※各成分ごとに考える





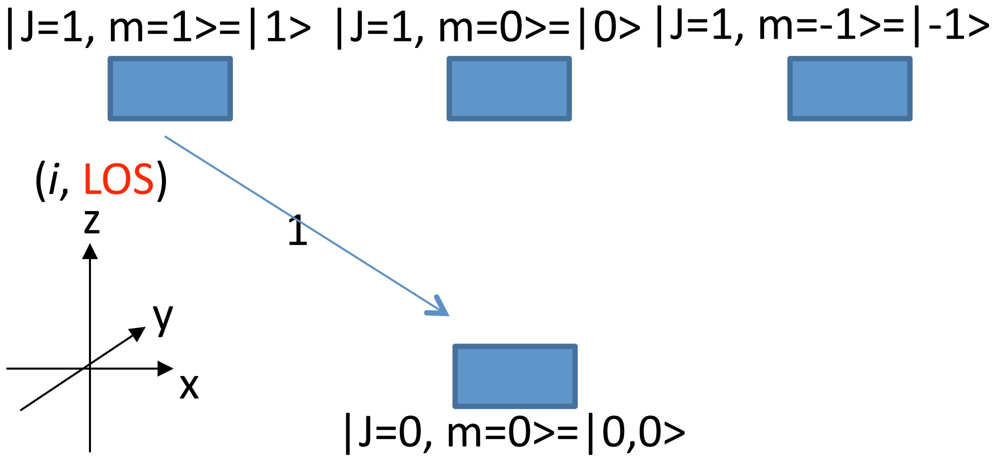
太陽中心：放射場の軸も視線方向もz軸.

①量子化軸を輻射場の向きにとる.
角運動量保存則から, |1,1>への励起では, |R>が吸収され, |1,-1>への励起では, |L>が吸収される.

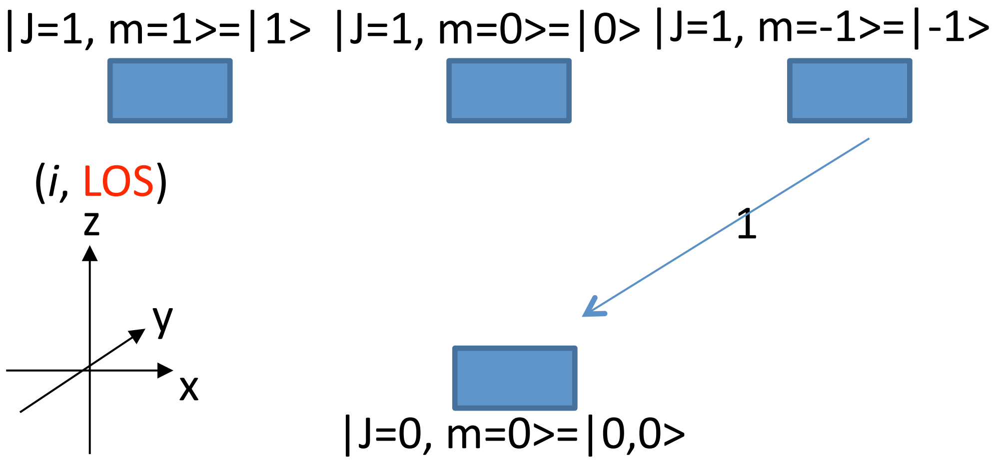
π transition
(|J=1,m=0> to |J=0,m=0>)はない.

Scattering at disk center -deexcitation process-

Transition between |0,0> and |1,1>



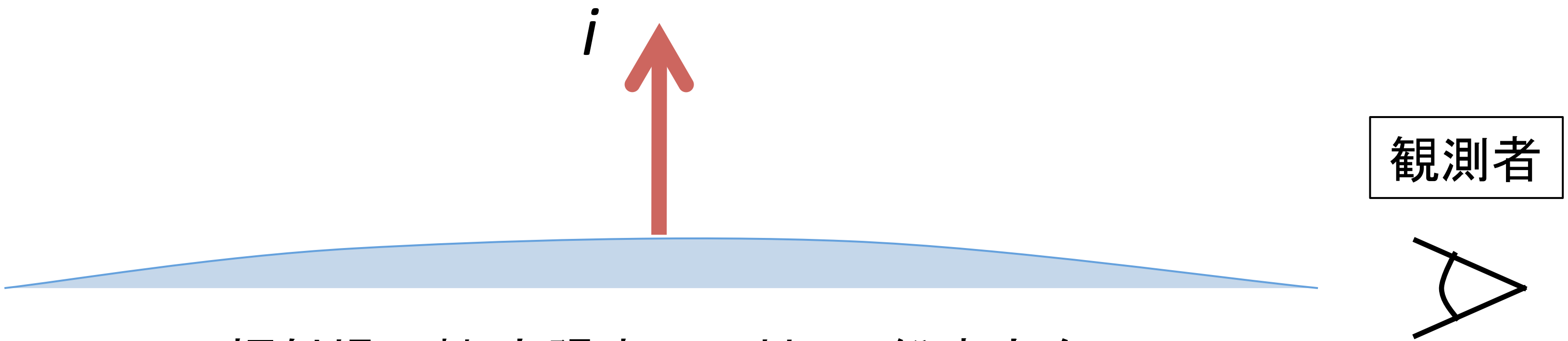
Transition between |0,0> and |1,-1>



各遷移でそれぞれ|R>と|L>の光子を放射.

トータルとして無偏光.

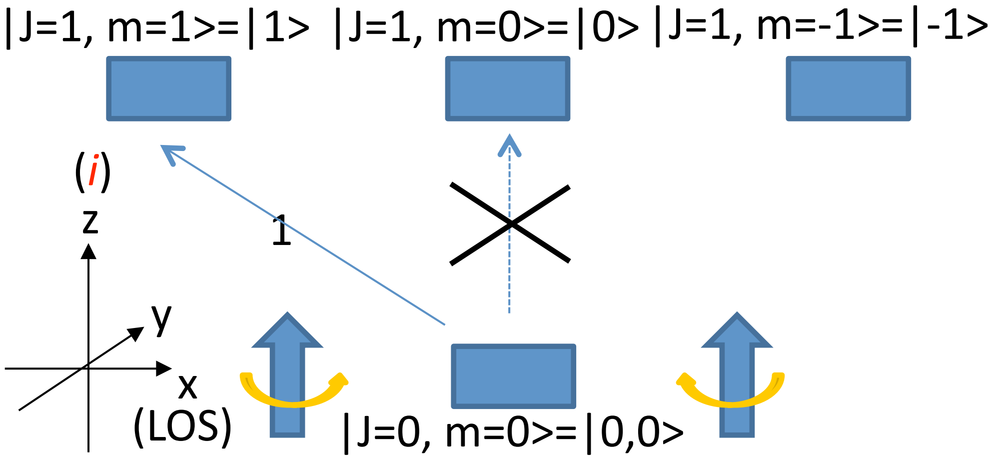
散乱 (太陽淵の場合)
磁場なし



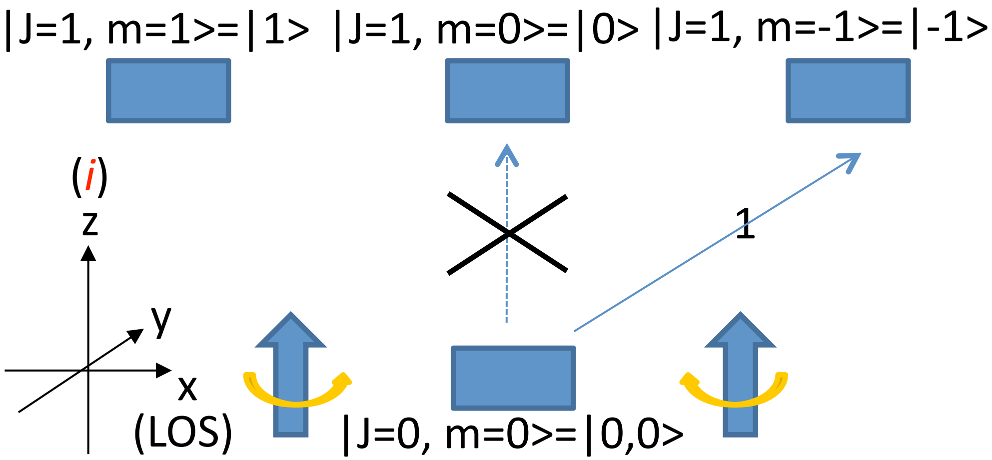
輻射場の軸:太陽表面に対して鉛直方向

90 deg scattering (B=0) -excitation process-

Transition between |0,0> and |1,1>



Transition between |0,0> and |1,-1>



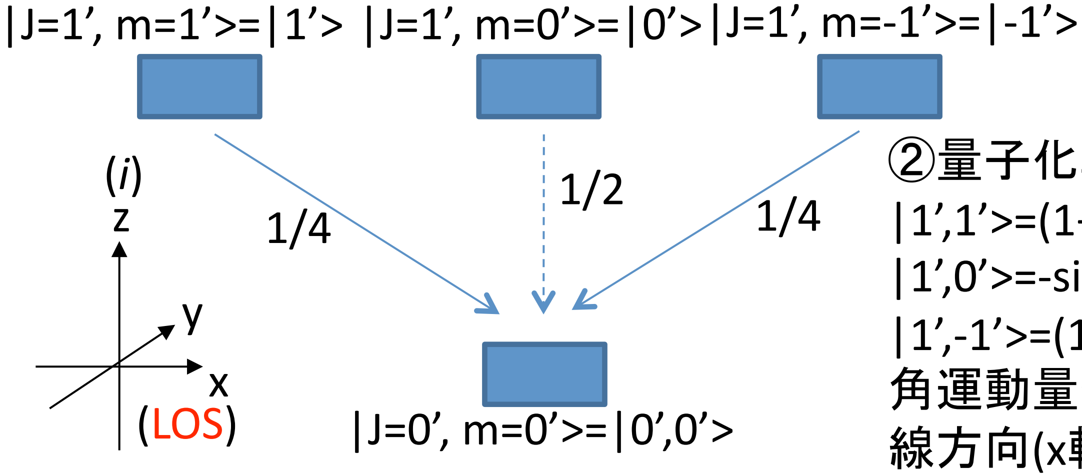
リム観測:
放射場の軸をz軸, 視線方向をx軸.

①量子化軸を輻射場の向き(z軸)にとる.
角運動量保存則から, |1,1>への励起では, |R>が吸収され, |1,-1>への励起では, |L>が吸収される.

π transition
(|J=1,m=0> to |J=0,m=0>)はない.

90 deg scattering (B=0) -deexcitation process-

Transition between |0,0> and |1,1>



②量子化軸をx軸にとる(量子化軸を90°回転)

|1’,1’>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1>➪<1’|1’>=1/4

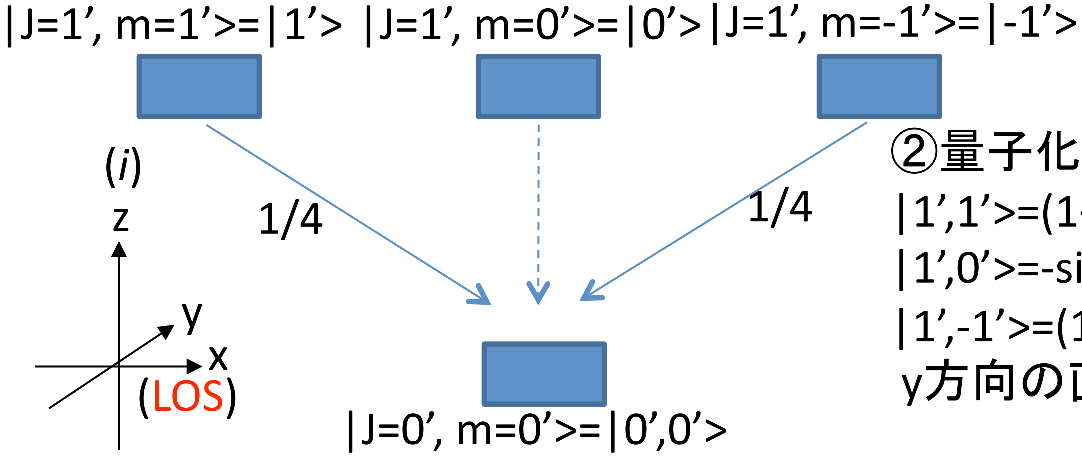
|1’,0’>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1>➪<0’|0’>=1/2

|1’,-1’>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1>➪<-1’|-1’>=1/4

角運動量保存則より, |1’,0’> →|0’,0’>で光子は視線方向(x軸)には放射されない.

|1’>と|-1’>が同位相化し(coherencyの発生), y方向の直線偏光(½(|R> +|L>))が放射される.

Transition between |0,0> and |1,-1>



②量子化軸をx軸にとる(量子化軸を90°回転)

|1’,1’>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1>➪<1’|1’>=1/4

|1’,0’>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1>➪<0’|0’>=1/2

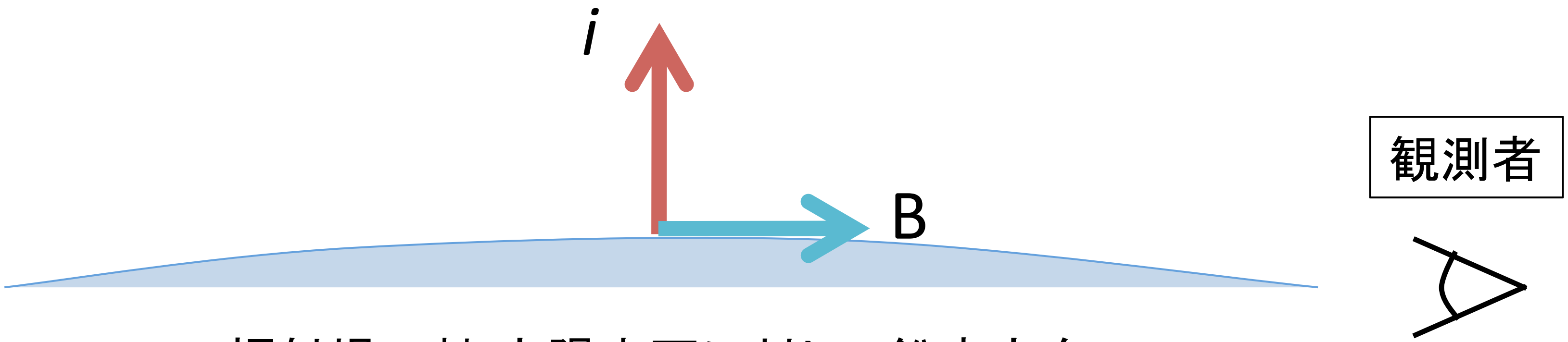
|1’,-1’>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1>➪<-1’|-1’>=1/4

y方向の直線偏光(½(|R> +|L>))が放射される.

全ての光子は, (|R>+|L>)であらわせるy方向(リム方向)に偏光した直線偏光に.

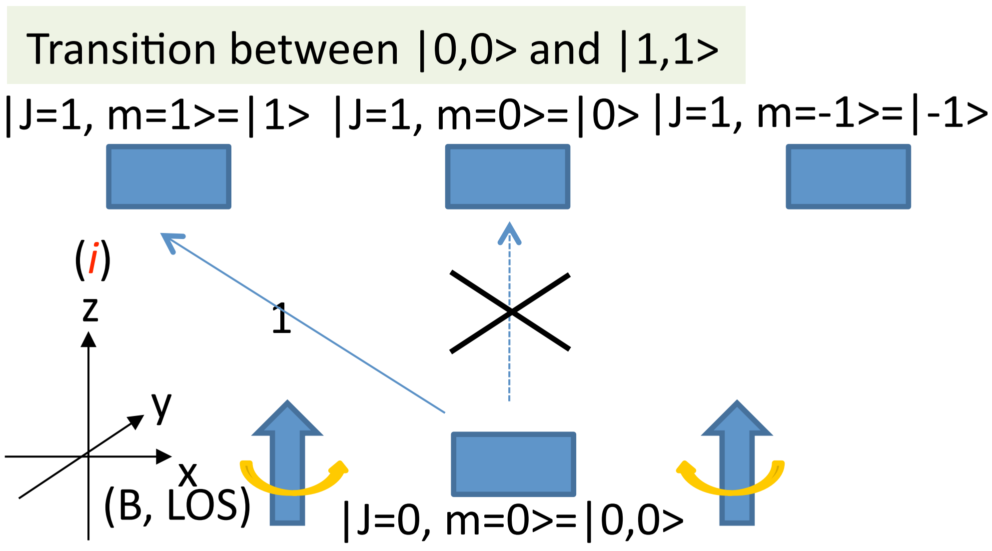
➪ 散乱偏光 (90 deg scattering)!

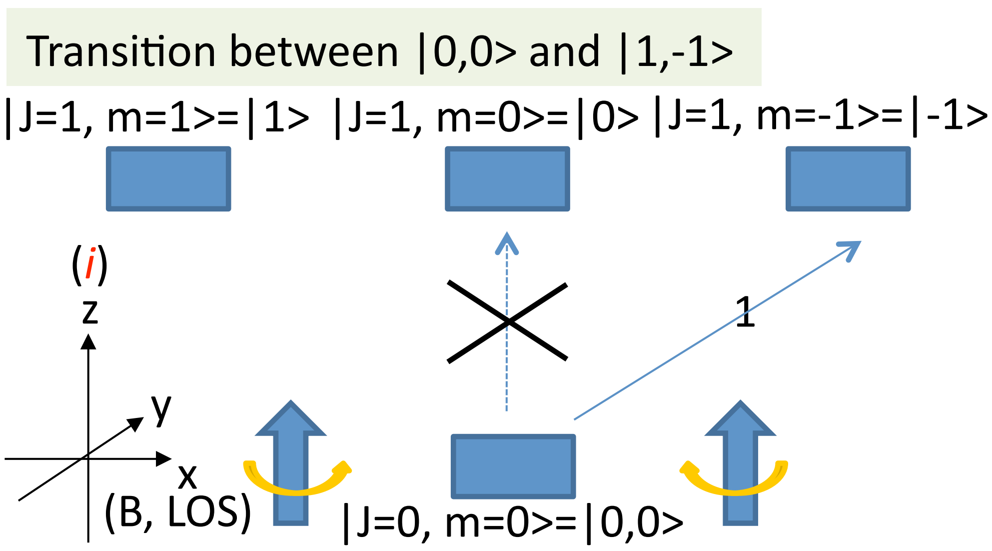
散乱 (太陽淵の場合)
磁場あり



輻射場の軸:太陽表面に対して鉛直方向

90 deg scattering (B≠0) -excitation process-





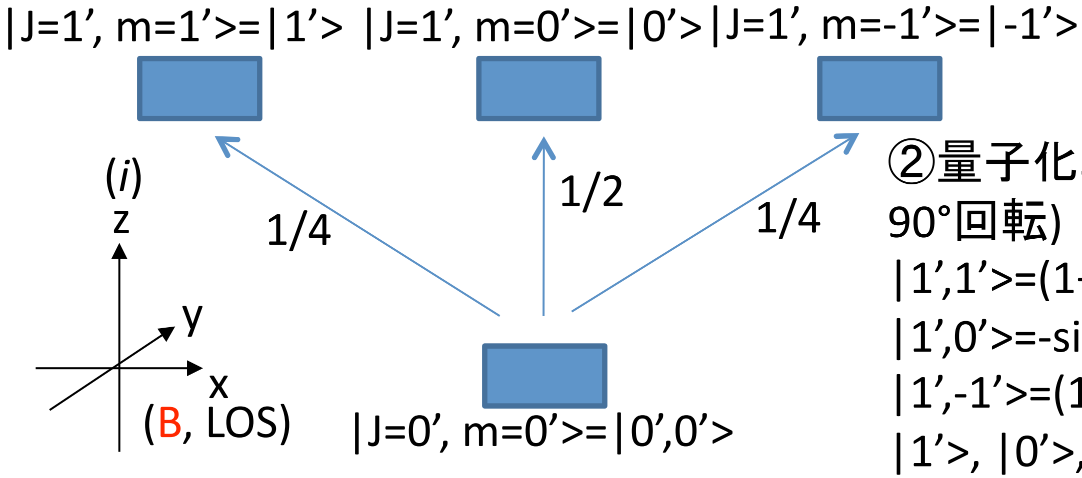
リム観測：
放射場の軸をz軸, 視線方向, B方向をx軸.

①量子化軸を輻射場の向き(z軸)にとる.
角運動量保存則から, |1,1>への励起では, |R>が吸収され, |1,-1>への励起では, |L>が吸収される.

π transition
(|J=1,m=0> to |J=0,m=0>)はない.

90 deg scattering (B≠0) -Rotation of quantum axis due to B

Transition between |0',0'> and |1',1'>



②量子化軸を磁場方向(x軸)にとる(量子化軸を90°回転)

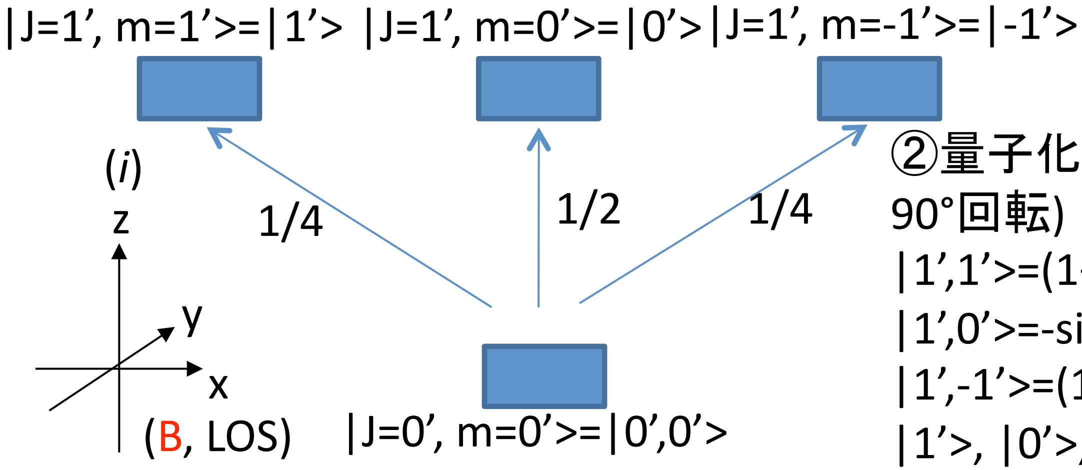
$|1',1'\rangle=(1+\cos\theta)/2|1\rangle=1/2|1\rangle \Rightarrow \langle 1'|1'\rangle=1/4$

$|1',0'\rangle=-\sin\theta/\sqrt{2}|1\rangle=-1/\sqrt{2}|1\rangle \Rightarrow \langle 0'|0'\rangle=1/2$

$|1',-1'\rangle=(1-\cos\theta)/2|1\rangle=1/2|1\rangle \Rightarrow \langle -1'|-1'\rangle=1/4$

|1'>, |0'>, |-1'>が同位相化.

Transition between |0',0'> and |1',-1'>



②量子化軸を磁場方向(x軸)にとる(量子化軸を90°回転)

$|1',1'\rangle=(1+\cos\theta)/2|1\rangle=1/2|1\rangle \Rightarrow \langle 1'|1'\rangle=1/4$

$|1',0'\rangle=-\sin\theta/\sqrt{2}|1\rangle=-1/\sqrt{2}|1\rangle \Rightarrow \langle 0'|0'\rangle=1/2$

$|1',-1'\rangle=(1-\cos\theta)/2|1\rangle=1/2|1\rangle \Rightarrow \langle -1'|-1'\rangle=1/4$

|1'>, |0'>, |-1'>が同位相化.

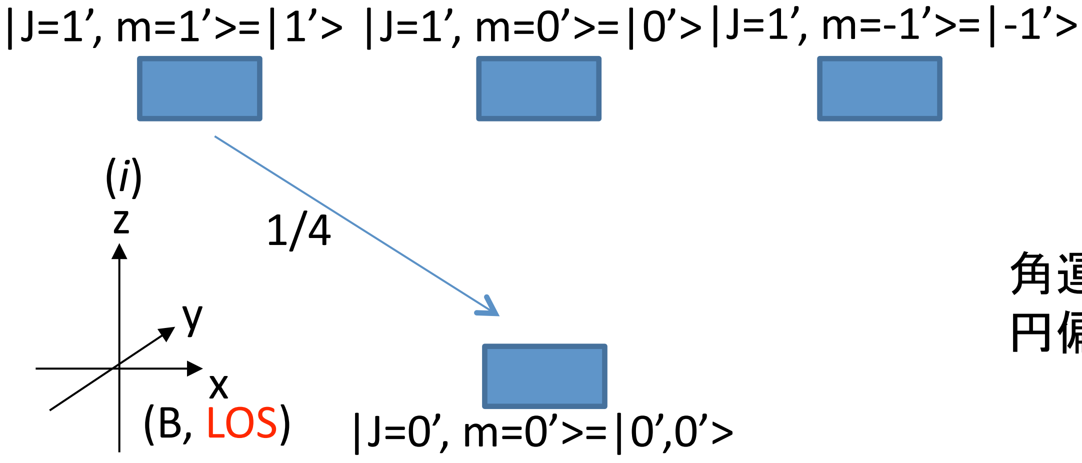
ハンレ効果

- Bによって, 縮退がとけてcoherencyが緩和される.
  - 磁場強度によって, 直線偏光度が変化.
- Bが十分強いと, 完全にcoherencyがなくなる. (Hanle saturation).
  - 偏光度のB依存性がなくなる.
  - coherencyがないので, 各固有状態ごとにわけて脱励起を考えられる.

90 deg scattering (B≠0) -deexcitation-

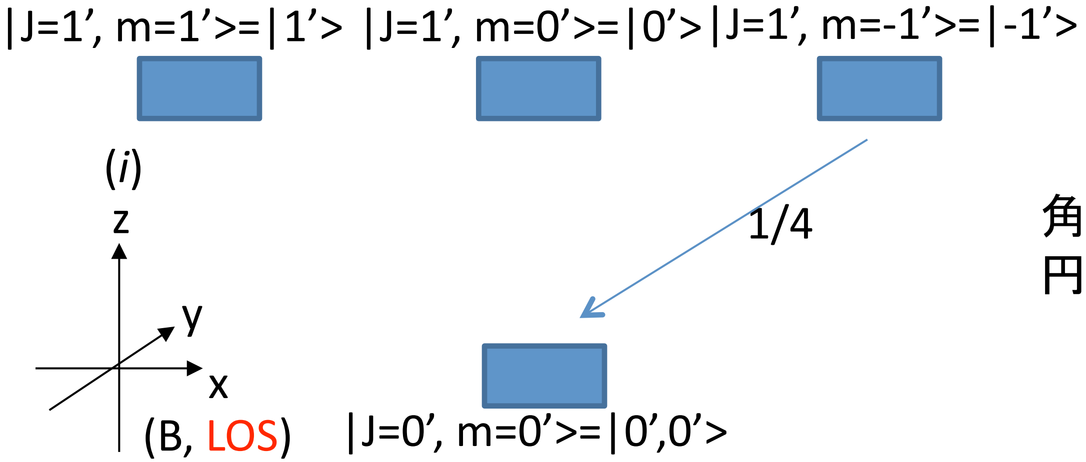
※BによりCoherencyがなくなったので,
各成分ごとで考える.

Transition between |0',0'> and |1',1'>



角運動量保存則から, 右回り
円偏光|R>が放射される.

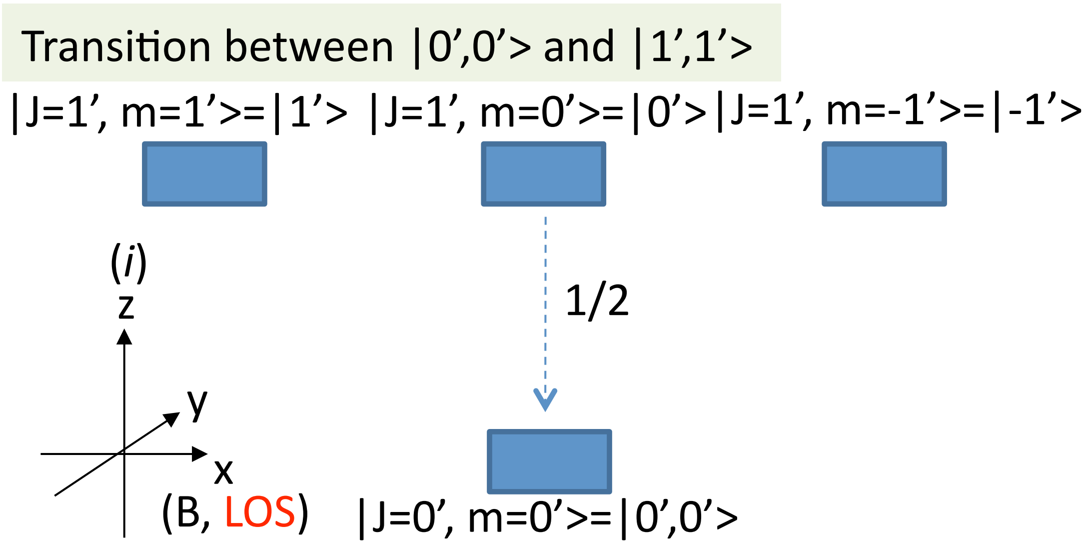
Transition between |0',0'> and |1',-1'>



角運動量保存則から, 左回り
円偏光|L>が放射される.

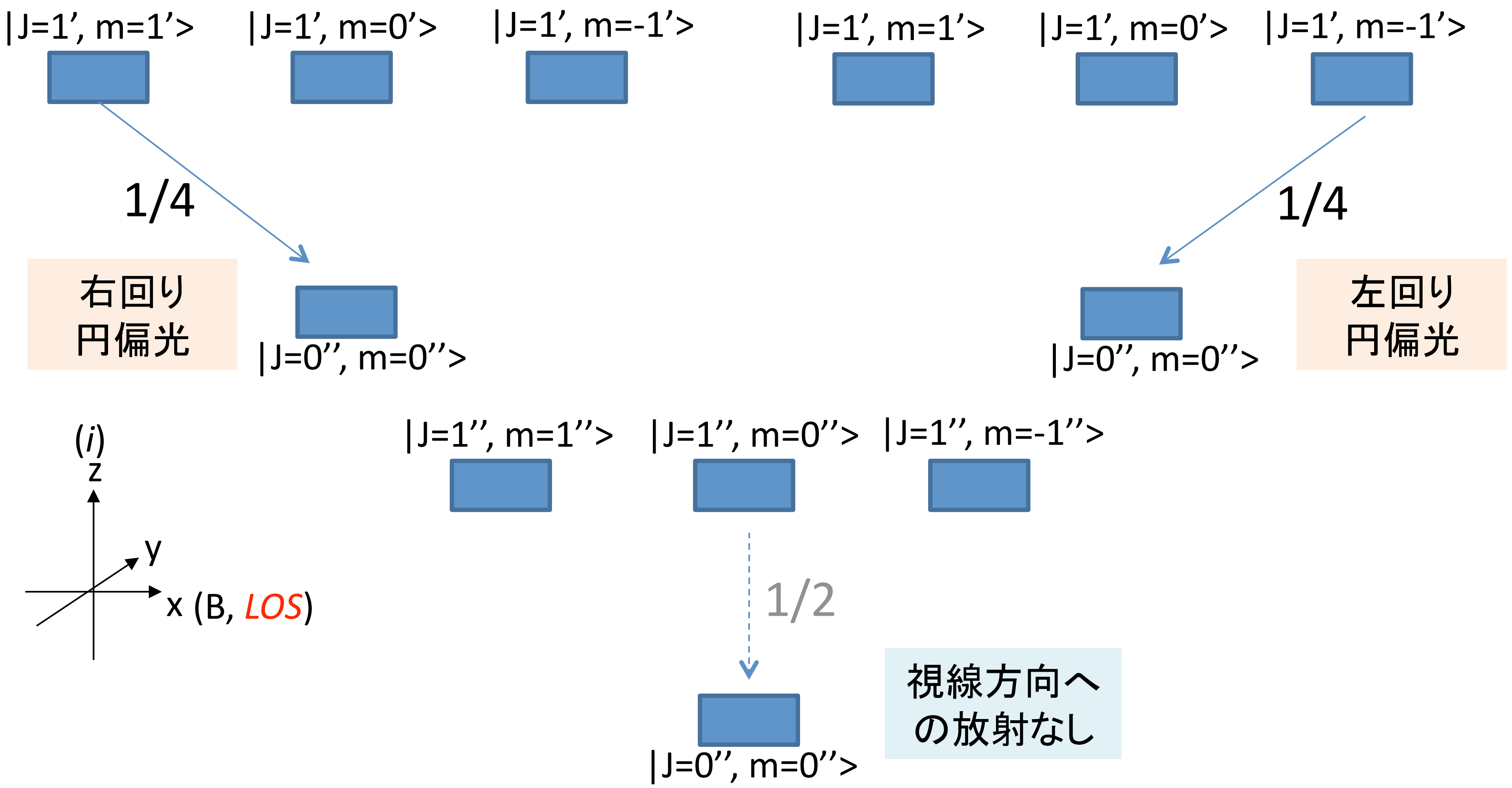
90 deg scattering (B≠0) -deexcitation-

※BによりCoherencyがなくなったので,
各成分ごとで考える.



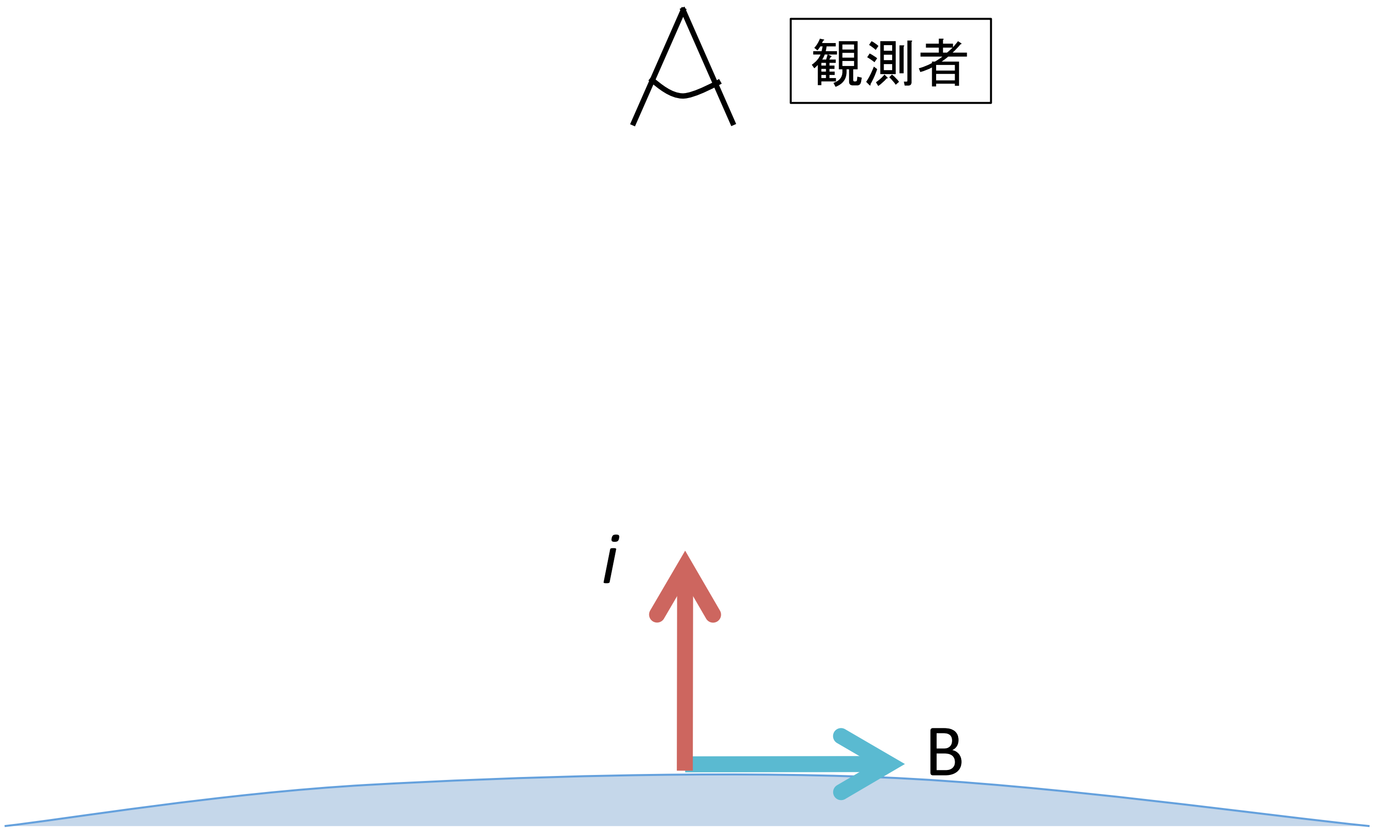
角運動量保存則より, 量子化軸(x軸)の方向に光子は放射されない(y軸, z軸方向には放射される).

90 deg scattering (B≠0) まとめ



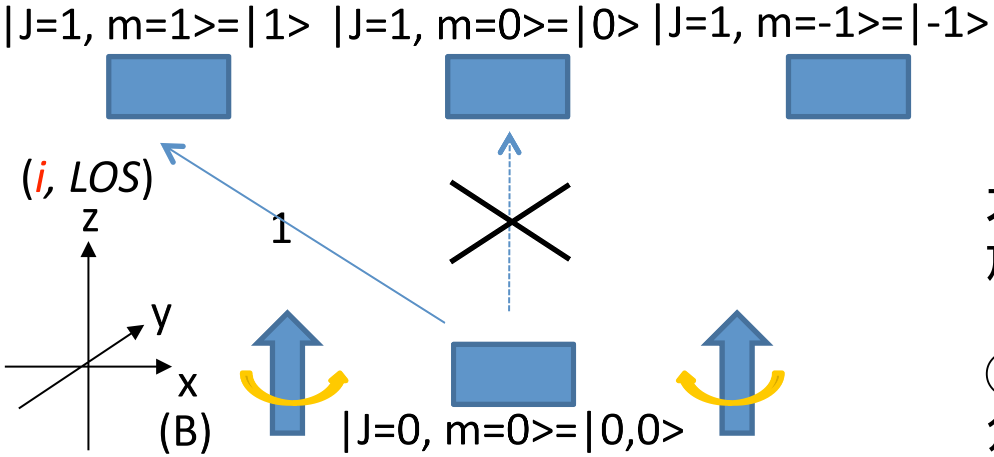
トータルで, 無偏光 ⇨ 散乱偏光+Depolarization (90° scattering)!

Forward scattering

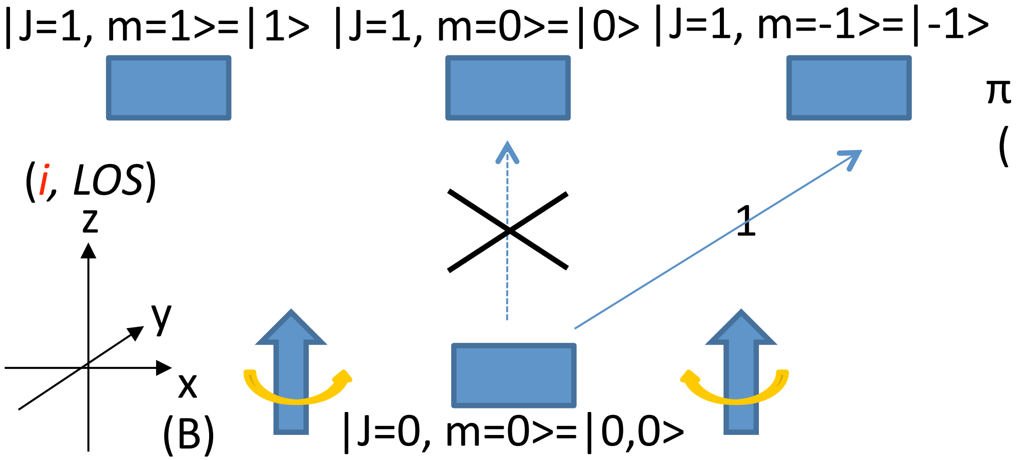


forward scattering (disk center) -excitation process-

Transition between |0,0> and |1,1>



Transition between |0,0> and |1,-1>



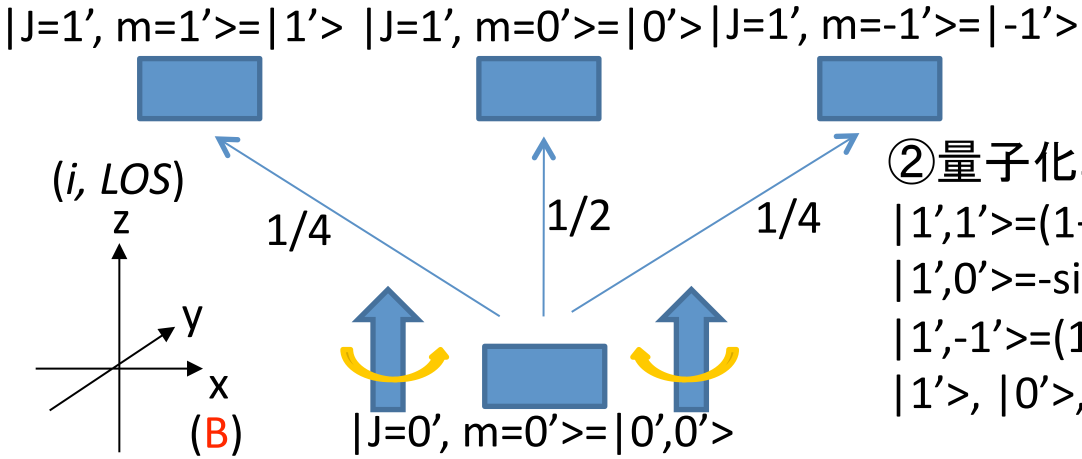
太陽中心での観測:
放射場, 視線方向をz軸, 磁場方向をx軸.

①量子化軸を輻射場の向き(z軸)にとる.
角運動量保存則から, |1,1>への励起では, |R>が吸収され, |1,-1>への励起では, |L>が吸収される.

π transition
(|J=1,m=0> to |J=0,m=0>)はない.

forward scattering (disk center) –Rotation of axis due to B-

Transition between |0,0> and |1,1>



②量子化軸をB方向(x軸)に(量子化軸を90°回転)

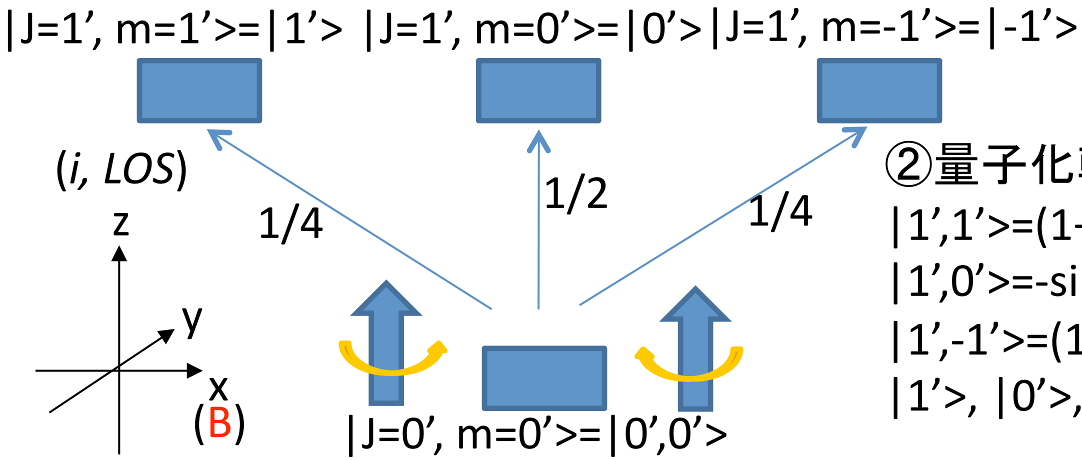
|1’,1’>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1>⇨<1’|1’>=1/4

|1’,0’>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1>⇨<0’|0’>=1/2

|1’,-1’>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1>⇨<-1’|-1’>=1/4

|1’>, |0’>, |-1’>が同位相化(coherencyの発生).

Transition between |0,0> and |1,-1>



②量子化軸をB方向(x軸)に(量子化軸を90°回転)

|1’,1’>=(1+cosθ)/2|1>=1/2|1>⇨<1’|1’>=1/4

|1’,0’>=-sinθ/√2|1>=-1/√2|1>⇨<0’|0’>=1/2

|1’,-1’>=(1-cosθ)/2|1>=1/2|1>⇨<-1’|-1’>=1/4

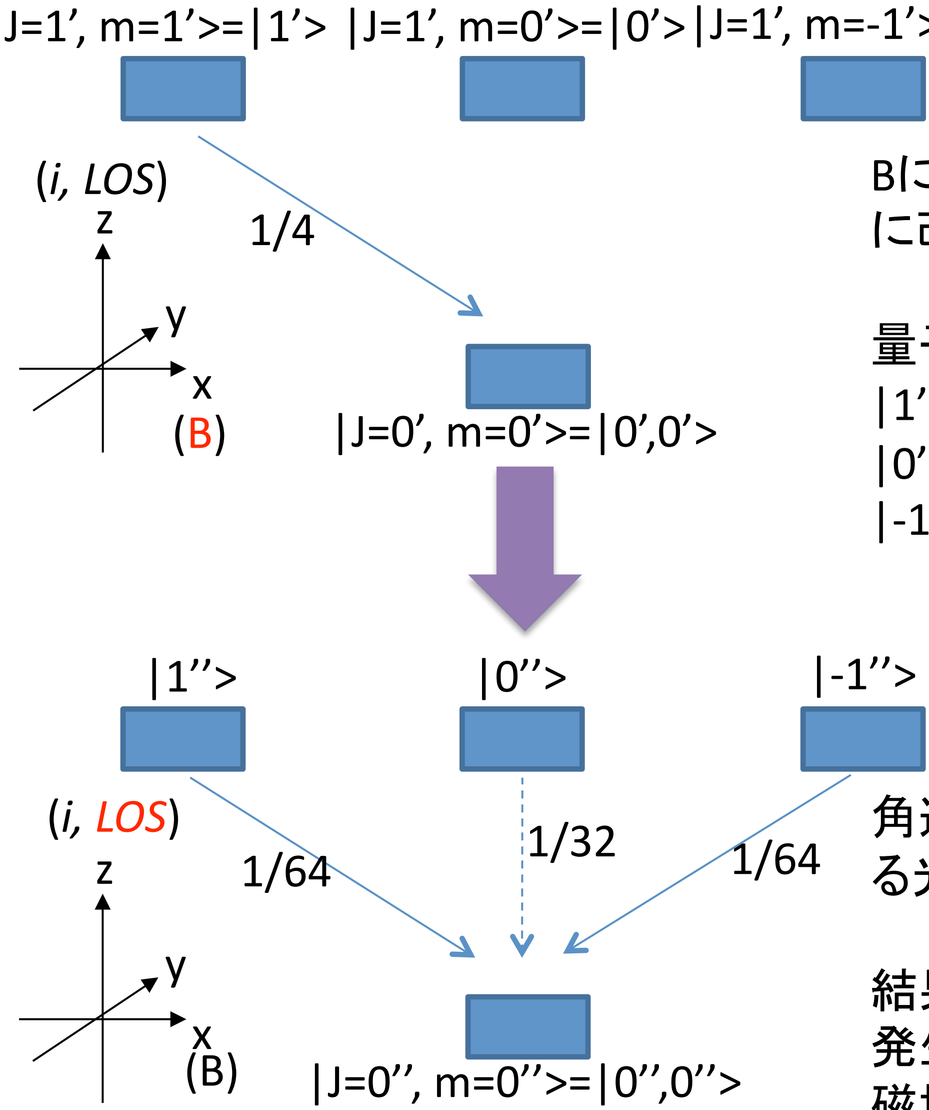
|1’>, |0’>, |-1’>が同位相化(coherencyの発生).

Bが十分強い時(Hanle saturation), coherencyが完全に破壊される.

forward scattering (disk center) –deexcitation process-

※各成分ごとに考える

Transition between |1',1'> and |0',0'>



BによりCoherencyがなくなったので, 各成分ごとに改めて考える.

量子化軸をB方向(x軸)からz軸に-90°回転.

$|1''\rangle = (1+\cos\theta)/2\,|1'\rangle = 1/2\,|1'\rangle \Rightarrow \langle 1''|1''\rangle = 1/64$

$|0''\rangle = -\sin\theta/\sqrt{2}\,|1'\rangle = -1/\sqrt{2}\,|1'\rangle \Rightarrow \langle 0''|0''\rangle = 1/32$

$|-1''\rangle = (1-\cos\theta)/2\,|1'\rangle = 1/2\,|1'\rangle \Rightarrow \langle -1''|-1''\rangle = 1/64$

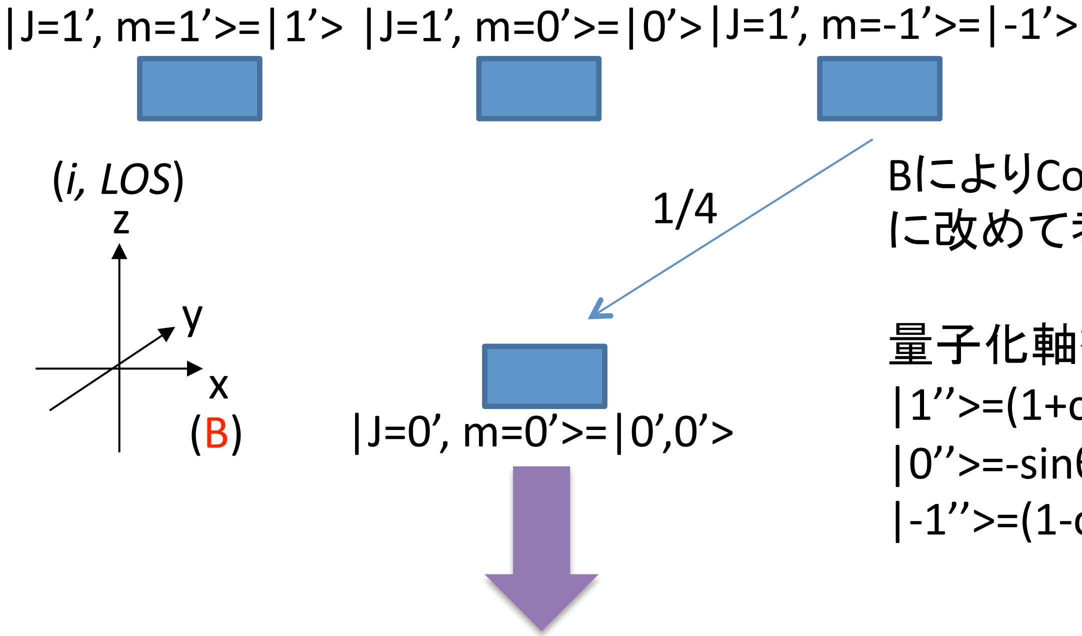
角運動量保存則より, |1'',0''> →|0'',0''>遷移による光子は視線方向(z軸)には放射されない.

結果として, |1''>と|-1''>が同位相化 (coherencyの発生). 放出される光子は, (|R> +|L>)で記述される磁場に垂直な(y方向) 直線偏光.

forward scattering (disk center) –deexcitation process-

※各成分ごとに考える

Transition between |1’,-1’> and |0’,0’>



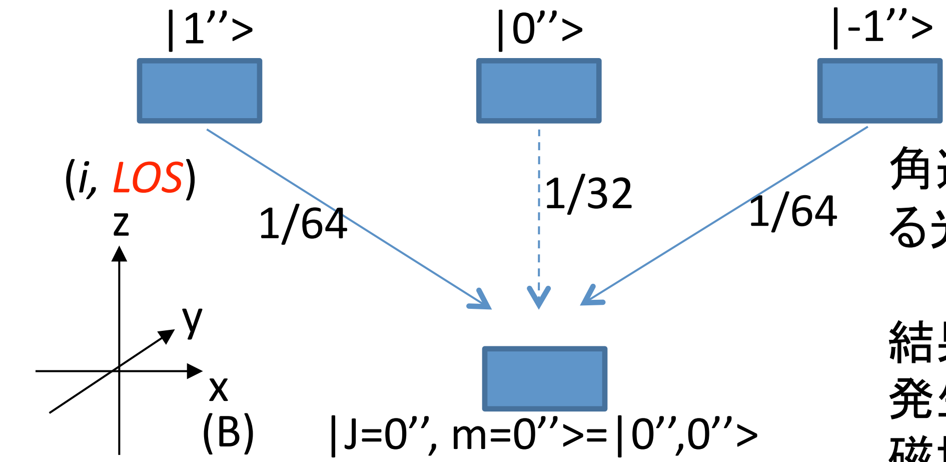
Bによりcoherencyがなくなったので, 各成分ごとに改めて考える.

量子化軸をB方向(x軸)からz軸に-90°回転.

$|1''\rangle=(1+\cos\theta)/2|1'\rangle=1/2|1'\rangle \Rightarrow \langle 1''|1''\rangle=1/64$

$|0''\rangle=-\sin\theta/\sqrt{2}|1'\rangle=-1/\sqrt{2}|1'\rangle \Rightarrow \langle 0''|0''\rangle=1/32$

$|-1''\rangle=(1-\cos\theta)/2|1'\rangle=1/2|1'\rangle \Rightarrow \langle -1''|-1''\rangle=1/64$



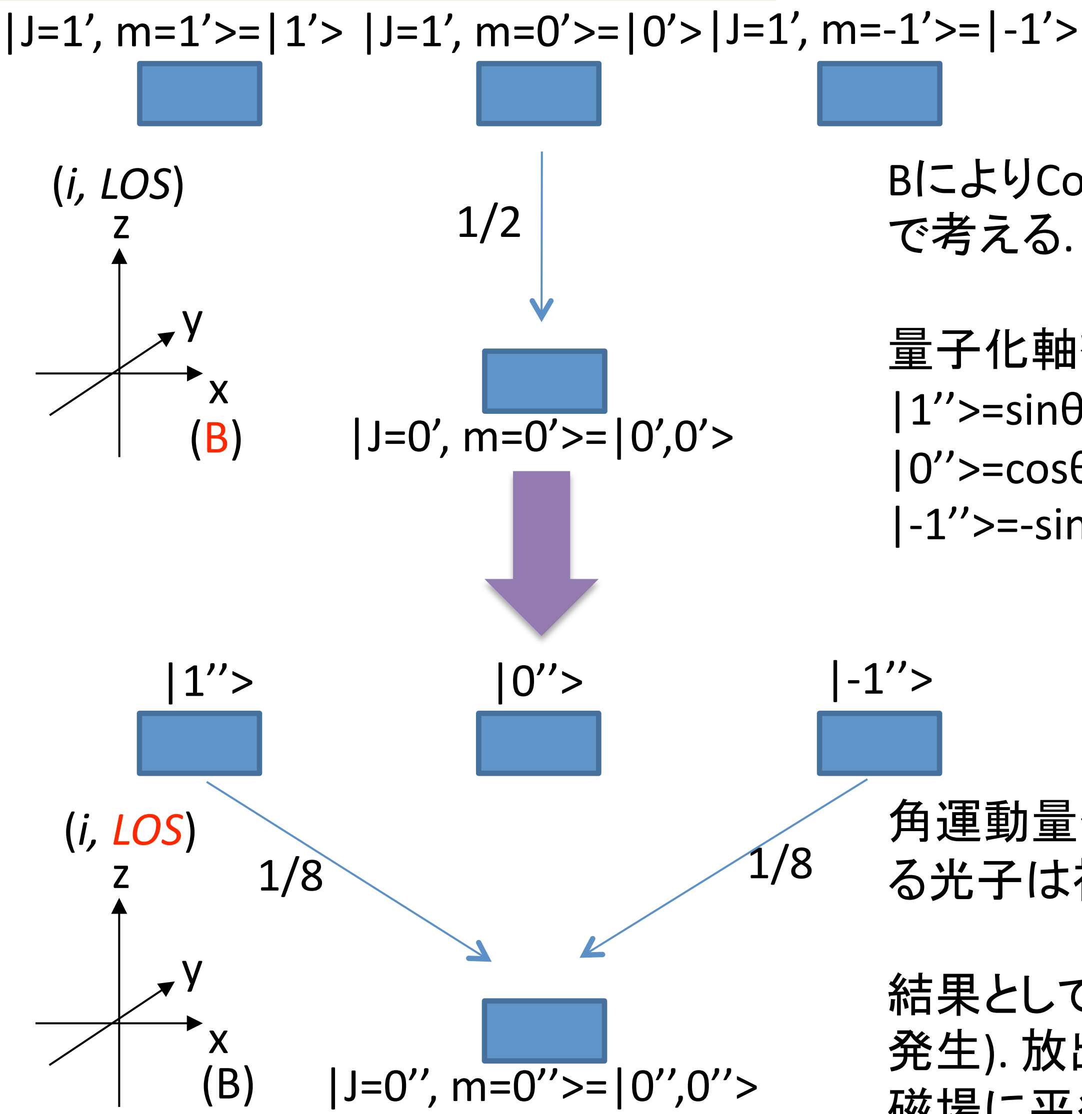
角運動量保存則より, |1’’,0’’> →|0’’,0’’>遷移による光子は視線方向(z軸)には放射されない.

結果として, |1’’>と|-1’’>が同位相化 (coherencyの発生). 放出される光子は, (|R> +|L>)で記述される磁場に垂直な(y方向) 直線偏光.

forward scattering (disk center) –deexcitation process-

※各成分ごとに考える

Transition between |1’,0’> and |0’,0’>



BによりCoherencyがなくなったので, 各成分ごとで考える.

量子化軸をB方向(x軸)からz軸に-90°回転.

$|1''\rangle = \sin\theta/\sqrt{2}|0'\rangle = -1/\sqrt{2}|0'\rangle$ ⇨ $\langle 1''|1''\rangle = 1/8$

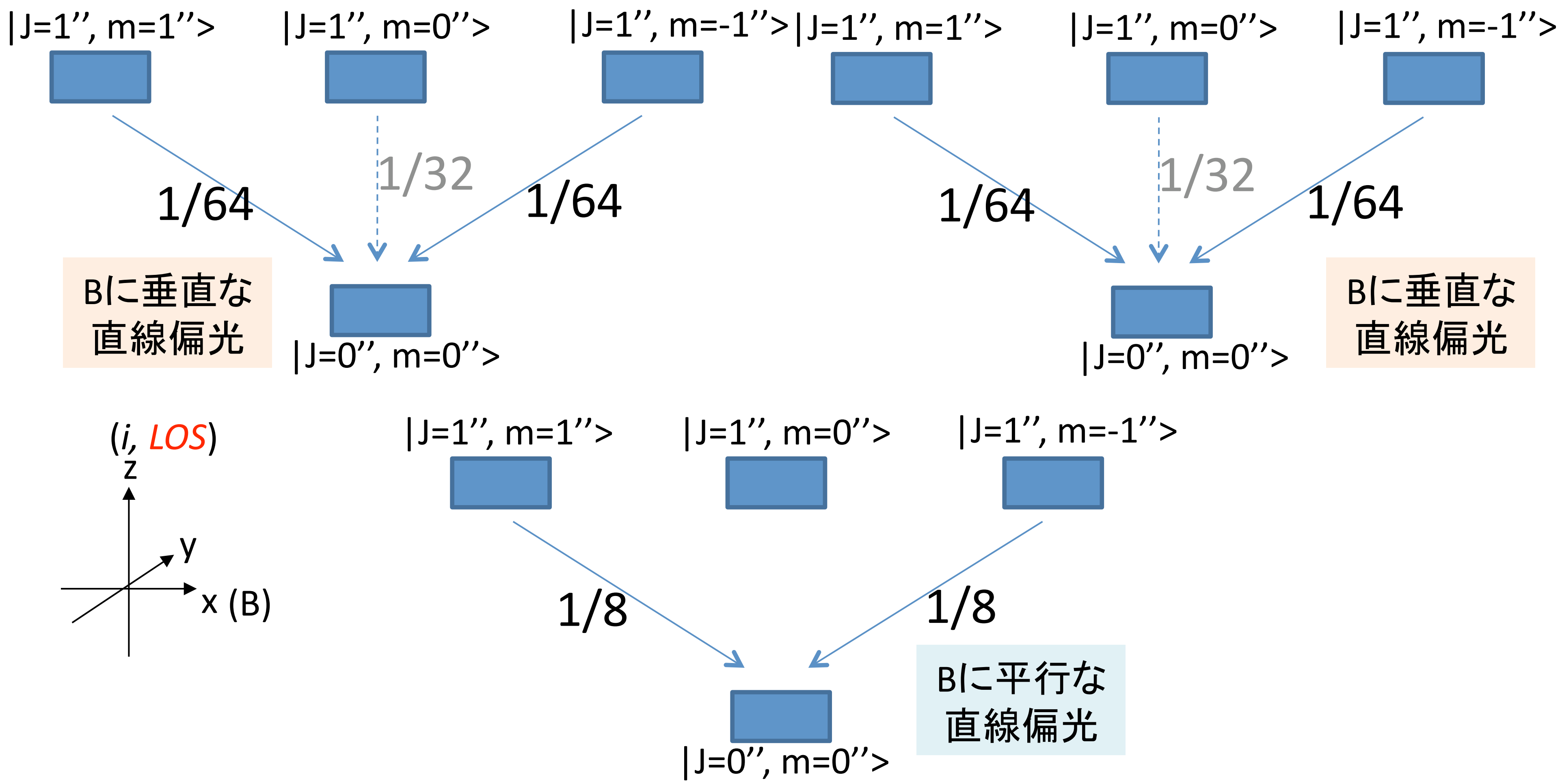
$|0''\rangle = \cos\theta|0'\rangle = 0$ ⇨ $\langle 0''|0''\rangle = 0$

$|-1''\rangle = -\sin\theta/\sqrt{2}|0'\rangle = 1/\sqrt{2}|0'\rangle$ ⇨ $\langle -1''|-1''\rangle = 1/8$

角運動量保存則より, |1’’,0’’> →|0’’,0’’>遷移による光子は視線方向(z軸)には放射されない.

結果として, |1’’>と|-1’’>が同位相化 (coherencyの発生). 放出される光子は, (|R> -|L>)で記述される磁場に平行な(x方向) 直線偏光.

forward scattering (disk center) まとめ



トータルで, Bに平行な直線偏光成分が残る ⇨ forward scattering!

Density matrixとの関係1

- 量子化軸の回転によって生じるcoherence.

$$\rho = \sum_M p_M |M\rangle\langle M|$$

$$= \frac{1}{2}\{|1\rangle\langle 1| + |-1\rangle\langle -1|\}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} C_1 & C_3 & C_4 \\ C_3 & C_2 & C_3 \\ C_4 & C_3 & C_1 \end{pmatrix}$$

Density matrixの非対角成分が生じる.

Density matrixとの関係2

- Bによる, coherencyの変化(ハンレ効果).

$$i\hbar \frac{d}{dt}\rho = [H_F, \rho] \quad ?$$

- 磁場の強度と向きが推測したい.
  - どうにかして, Bによるcoherencyの度合いの変化を入れ込めないか?

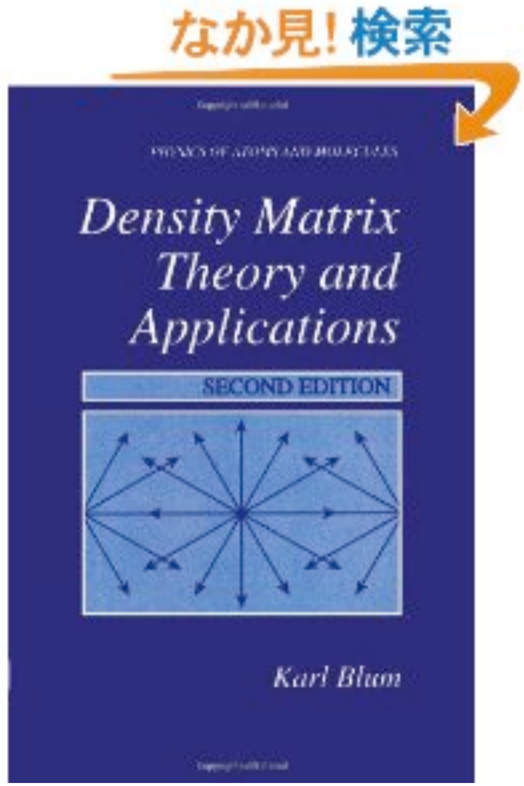
Density Matrix Theory and Applications

- 1章読むだけでもDensity Matrixのご利益がわかる.

光子のDensity matrix

$$\rho = \frac{I}{2}\begin{pmatrix} 1+V & -Q+iU \\ -Q-iU & 1-V \end{pmatrix}$$

偏光を測定すれば, Density matrixが規定できき, 光子の量子状態がわかる.



amazon HPより